# これまでの研究成果

能城　敏博 (Nogi Toshihiro)

## 研究背景

リーマン面の正則族 $(M, \pi, D)$ が与えられたとき、その正則切断の個数を評価することは基本的な問題である。ここで、$s$ が正則族 $(M, \pi, D)$ の**正則切断**であるとは、$s$ がリーマン面 $D$ から 2 次元複素多様体 $M$ の中への正則写像で合成写像 $\pi \circ s$ が $D$ の恒等写像となるものである。正則切断の全体を $\mathcal{S}$ とする。

$C$ を固定点を持たない involution $\tau$ を持つリーマン面とし、$f : D \to C$ を $C$ の不分岐被覆写像とする。$C$ の種数 $g(C)$ は $g(C) \geqq 2$ と仮定する。M. F. Atiyah は、直積 $D \times C$ 内の $f$ と $\tau \circ f$ のグラフのみで分岐する $D \times C$ の 2 葉の分岐被覆 $\Pi : M \to D \times C$ を構成した。このとき、$M$ は 2 次元複素多様体となり、$\Pi : M \to D \times C$ と射影 $D \times C \to D$ の合成を $\pi$ とすると、3 組 $(M, \pi, D)$ はリーマン面の正則族となる。

$g(C) \geqq 2$ なので、$\mathcal{S}$ の元の個数 $\sharp\mathcal{S}$ は次のように評価できる。$\Pi : M \to D \times C$ と射影 $D \times C \to C$ の合成を $\pi'$ とする。$\mathcal{S}$ の元 $s : R \to M$ と $\pi' : M \to C$ の合成 $\pi' \circ s$ は $D$ から $C$ への正則写像となる。$\pi'\mathcal{S} = \{\pi' \circ s \mid s \in \mathcal{S}\}$ とおくと、$\pi'\mathcal{S}$ が $D$ から $C$ への非定数な正則写像全体の集合 $\mathrm{Hol}_{\mathrm{n.c.}}(D, C)$ に含まれることが分かる。$g(C) \geqq 2$ なので、例えば田辺正晴氏によって $\sharp\mathrm{Hol}_{\mathrm{n.c.}}(D, C)$ が有限であることが知られている。よって、$\sharp\pi'\mathcal{S}$ が上から評価でき、その結果 $\sharp\mathcal{S}$ の評価が得られる。

一方、$g(C) = 1$ の場合、$\sharp\mathrm{Hol}_{\mathrm{n.c.}}(D, C)$ は無限集合である。そのため、$\sharp\mathcal{S}$ の評価はすぐには得られない。したがって、この場合、正則切断の個数を調べることは意味がある。

## 研究成果

$C$ を種数 1 の閉リーマン面 (=トーラス) とし、$C$ の一点 0 に対し、$f : D \to C \setminus \{0\}$ を 4 葉不分岐写像とする。さらに 0-写像 $0 : D \to C$ を $d \mapsto 0$ で定義する。

論文 [2] では、直積 $D \times C$ 内の $f$ と 0-写像のグラフのみで分岐する $D \times C$ の 2 葉の分岐被覆 $\Pi : M \to D \times C$ を構成した。$\Pi : M \to D \times C$ と射影 $D \times C \to D$ の合成を $\pi$ とすると、3 組 $(M, \pi, D)$ は種数 2 のリーマン面の正則族となる。[2] では、$(M, \pi, D)$ に対し、一般に $\sharp\mathcal{S}$ が高々10 であることを示した。本研究では、$\pi'\mathcal{S}$ を含む集合 $\mathrm{Hol}_{\mathrm{dis}}(D, C)$ の元の個数を決定したことが独創的な点である。

また、$M$ に複素構造がどれくらい入るかは重要な問題である。論文 [3] では、タイヒミュラー空間の理論を使って、$(M, \pi, D)$ が正則族となる複素構造が存在し、それは唯一つであることを示した。