研究計画

恩田健介

これまでの研究内容を踏まえて, 申請者の研究計画を述べる.

第一の研究が, リッチソリトンのリーマン幾何に関する結果をローレンツ幾何に関する結果に拡張することである. 特に, ベキ零リー群に関する研究を中心に行なう. 第二の研究では, 余等質 1 の計量とアインシュタイン構造やリッチソリトン構造に関する研究を行なう.

まず第一の研究に関して以下で説明する. これまで研究されてきたリッチソリトンに関する研究は, ほとんどがリッチソリトンがリーマン計量であるときの研究である. リッチソリトンに関する研究は, Hamilton, Bryant, Ivey, Perelman などの多くの研究者によって研究されてきた. 申請者はこれらの研究をローレンツの場合に対応させ, 研究を進める. 特に申請者が注目しているのは, Lauret のベキ零リー群に関する研究結果である. Lauret は, ベキ零リー群がリッチソリトン構造を持つためには その可解拡大して得られた多様体がアインシュタイン計量を持つことが必要十分条件であることを示した. この研究をローレンツ幾何の場合にも行ない, リッチソリトンの構造の研究を進める. 申請者は既に幾つかの 3 次元リー群上のローレンツ計量とリッチソリトンについての研究結果を出しており, それらの研究を積み重ねてこの問題に取り組む. 具体的な問題としては, 4 次元以上のリー群上の左不変ローレンツリッチソリトンを構成する問題である.

次に第二の研究に関して以下で説明する. $\{\theta\}_{i=1}^{3}$ を 3 次元リー群上の 1 次微分形式とし, 3 次元リー群が作用する余等質 1 の多様体上のリーマン計量 g

$$g = dt^2 + a(t)^2(\theta^1)^2 + b(t)^2(\theta^2)^2 + c(t)^2(\theta^3)^2 \tag{1}$$

を考える. 関数 $\{a(t), b(t), c(t)\}$ の取り方によって, この計量は定曲率計量や標準的な計量の直積計量など, 様々な計量を表現する. 申請者は, 関数 $\{a(t), b(t), c(t)\}$ がどのような時にアインシュタイン計量やリッチソリトンになるかを研究する.