研究計画

私は量子力学における超関数型ポテンシャルと境界条件についての研究を企図している。特に、二階常微分演算子でHamiltonian が与えられる系、すなわち、

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + V(x)$$

で記述される系を対象にする。

デルタ関数型ポテンシャルなどで代表される超関数型相互作用を持つ系は、超関数の台での境界条件問題に帰着されることが知られている。Kurasovは、4 パラメーターの自由度を持つ超関数の族を考案し、その族と物理的に許容される境界条件(1)には対応関係があることを示している[1]。だが、文献[1] の対応関係は完全ではなく、超関数に対応しない境界条件もある。また、超関数のクラスは16 個の自由パラメーターを持つ拡張を考えることができることを私は突き止めている(2)。物理的に許容される境界条件は**4個**の実数パラメーターで特徴づけられるので[2]、16 個の実数パラメーターで特徴づけられる超関数ポテンシャルと境界条件の対応関係の間には、明らかな重複がある。そこで、私はある境界条件に対応する超関数のクラスを完全に特定することを計画している。私はすでに滑らかな境界条件（つまり、超関数がない場合）を与える超関数の族を特定しているが、その族の中には、任意の大きさの結合定数を持つ超関数が存在する。このことから、結合定数が大きい超関数と小さい超関数が同一の境界条件を与える場合があることが想定される。つまり、量子力学における強結合領域と弱結合領域に関しての厳密な対応関係が明らかになると思われる。

このような量子力学における強弱結合の対応関係は、二つの意味で重要だと考えている。一つは、強結合領域の超関数の摂動論に対して有効であるという点だ。デルタ関数に関する経路積分を超関数の結合定数での摂動論を用いて実行する手法が知られているが[3]、これを一般の超関数に応用する際に利用できる。このような経路積分によって、近年興味をもたれている境界を持つ系の熱力学的性質[5, 6] を厳密に理解することができるようになったり、量子グラフといわれる枝分かれする一次元系の伝播関数が得られることが期待される。二つ目は、[7] などで研究されている量子力学系に帰着できる場の理論の問題を通して、場の理論における強弱対応が見出されるかもしれないという点である。私は、以上三つの将来展望を持って、本研究が重要であると考える。また、この研究を遂行するため、この分野の権威であるPavel Exner 氏との議論を行いたく思っており、チェコ工科大学に行く事を希望している。

参考文献

[1] P. Kurasov, J. Math. Anal. Appl. **201** (1996) 297.

[2] I. Tsutsui, T. Fülöp, T. Cheon, J. Phys. A: Math. Gen. **36** (2003) 275.

[3] C. Grosche, Annalen Phys. 2 (1993) 557.

[4] T. Cheon, P. Exner, O. Turek, Annals of Physics (2010) 325.

[5] T. Fülöp, H. Miyazaki, I. Tsutsui, Mod. Phys. Lett. **A 40** (2003) 2863.

[6] <u>N. Yonezawa</u>, Prog. Theor. Phys. **123** (2010) 35.

[7] A. Kundu, Phys.Rev.Lett. 83 (1999) 1275.

---

(1)境界条件はハミルトニアンの自己共役性を破りうることが知られている。したがって、自己共役性を保全する特別なクラスの境界条件のみが物理的に意義がある。

(2)この拡張は、量子グラフを考える際に必要不可欠なものとなる。