

研究成果

量子力学における境界条件とは、波動関数の定義域が境界を持つ場合や超関数ポテンシャルなどを考慮する際に出現するが、より一般には、関数解析の自己共役拡大の理論によって議論することができる[1]。多くの場合、境界条件としてDirichlet条件が採用されている一方で、境界条件には非常に大きな任意性があることが知られており[1]、このような境界条件の自由度がどのように物理に影響を及ぼすかはさまざまな文脈で研究されている。

私は、特に多体問題における境界条件の効果を研究してきた。第一に研究対象としたのは3体のCalogero模型である。3体のCalogero模型の境界条件は[2]等により研究されているが、我々はそれとは異なる境界条件を課し模型を解析した[3]。[2]では、系の持つ自然な対称性を尊重する境界条件を課してはいるのにもかかわらず、spectrum条件は超越方程式で与えられ、一般には解くことができない。一方、私の研究[3]では、系の持つ自然な対称性は破るもののスケール不変性という対称性を持つ境界条件を考慮した。この場合は、spectrum条件を容易に解くことができ、spectrumにはある種の周期性が存在することを確かめた。第二に研究対象としたのは、境界条件が関連する熱平衡系に関する研究である。先行研究である[4, 5]では、一次元のDirichlet条件を両端で課す箱の中央に非自明な境界条件を持つ隔壁を挿入し、隔壁で区切られる二つの分室に各々 N 個の自由粒子を入れた系を考えた。この系は挿入された隔壁の影響で、熱平衡状態において、隔壁の左右で異なる圧力がかかる。文献[4, 5]では、その圧力差を温度の関数として数値計算と解析計算を用いて計算している。私はもう一步踏み込み、そもそも箱の境界条件を一般化し、系の状態方程式を求めた[6]。系の状態方程式は理想気体の状態方程式からずれ、そのずれを見積もると境界条件の作用がファンデルワールス力と同様の効果をもたらすことが判明した。第三に研究対象としたのは、Lieb-Liniger模型[7]の一般化である。Lieb-Liniger模型は円周上の多体模型で、粒子同士がデルタ関数で相互作用する系である。特に、近年光学格子を用いて実現された[8]。Lieb-Liniger模型はBosonのみを対象としているが、Anyonの存在しうる超関数の一般論を展開し、Anyonを持つ円周上の多体模型を提案し、Bethe仮設法で解いた。本模型は、[7, 9, 10]等を内包する一般化となっている。第四にこの拡張されたLieb-Liniger模型の斥力領域内でのエネルギースペクトラムを近似的に求め、状態方程式を得た。状態方程式はファンデルワールスの状態方程式とよく似た形をしている。第二、第四の研究の共通点より、境界条件には古典力学におけるファンデルワールス力と同様の効果を生むという、熱平衡系における物理的意義が明らかになった。

境界条件の問題以外にも、[11]で量子情報に関する研究も行っている。これは、量子エンタングルメントの分類に粒子の持つ置換対称性が重要な働きをするということを指摘したものである。

参考文献

- [1] I. Tsutsui, T. Fülöp, T. Cheon, J. Phys. A: Math. Gen. **36** (2003) 275.
- [2] L. Fehér, I. Tsutsui, T. Fülöp, Nucl. Phys. **B 715** (2005) 713.
- [3] N. Yonezawa, I. Tsutsui, J. Math. Phys. **47** (2006) 012104.
- [4] T. Fülöp, H. Miyazaki, I. Tsutsui, Mod. Phys. Lett. **A 40** (2003) 2863.
- [5] T. Fülöp, I. Tsutsui, J. Phys. A: Math. Theor. **40** (2007) 4585.
- [6] N. Yonezawa, Prog. Theor. Phys. **123** (2010) 35.
- [7] E. H. Lieb, W. Liniger, Phys. Rev. **130** (1963) 1605.
- [8] T. Kinoshita, T. Wenger, D. S. Weiss, Science **305** (2004) 1125.
- [9] A. Kundu, Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 1275.
- [10] M. D. Girardeau, Phys. Rev. Lett. **97** (2006) 100402.
- [11] T. Ichikawa, T. Sasaki, I. Tsutsui, N. Yonezawa, Phys. Rev. **A 78** (2008) 052105.