平成23年2月6日作成

<u>これまでの研究内容（坊向 伸隆）</u>

これまでの研究対象は 部分多様体, リー群・リー代数および対称空間である.

(1) T. Noda and N. Boumuki, On relation between pseudo-Hermitian symmetric pairs and para-Hermitian symmetric pairs, Tohoku Math. J. **61**, no.1, (2009), 67–82.

(2) N. Boumuki, The classification of simple irreducible pseudo-Hermitian symmetric spaces: from a viewpoint of elliptic orbits, Mem. Fac. Sci. Eng. Shimane Univ. **41**, (2008), 13–122.

(3) N. Boumuki, Isotropy subalgebras of elliptic orbits in semisimple Lie algebras, and the canonical representatives of pseudo-Hermitian symmetric elliptic orbits, J. Math. Soc. Japan **59**, no.4, (2007), 1135–1177.

(4) N. Boumuki, Isotropic immersions and parallel immersions of Cayley projective plane into a real space form, New Zealand J. Math. **36**, (2007), 139–146.

(5) N. Boumuki and S. Maeda, Study of isotropic immersions, Kyungpook Math. J. **45**, no.3, (2005), 363–394.

(6) N. Boumuki, Isotropic immersions of rank one symmetric spaces into real space forms and mean curvatures, “Contemporary Aspects of Complex Analysis, Differential Geometry and Mathematical Physics (ed. S.Dimiev and K.Sekigawa),” World Scientific Publishing, (2005), pp. 31–40.

(7) N. Boumuki, Isotropic immersions and parallel immersions of space forms into space forms, Tsukuba J. Math. **28**, no.1, (2004), 117–126.

(8) N. Boumuki, Isotropic immersions with low codimension of complex space forms into real space forms, Canadian Math. Bull. **47**, no.4, (2004), 492–503.

(9) N. Boumuki, Remarks on real Lie groups with a complex Lie algebra, Far East J. Math. Sci. **13**, no.2, (2004), 173–179.

(10) N. Boumuki, Isotropic immersions of complex space forms into real space forms and mean curvatures, Bull. Polish Acad. Sci. Math. **52**, no.4, (2004), 431–436.

(11) N. Boumuki, Isotropic immersions with low codimension of space forms into space forms, Mem. Fac. Sci. Eng. Shimane Univ. **37**, (2004), 1–4.

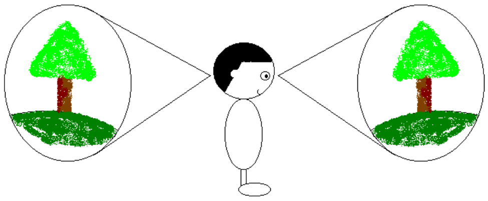
部分多様体とは 3 次元ユークリッド空間 $\mathbb{R}^3$ 内の滑らかな曲線や曲面を一般化した概念である. その研究を進める上で 要となる概念は “第二基本形式” といえる. 『宇宙から見れば 地球は丸い』という文章に於いて, 「宇宙」が全空間と呼ばれる概念に相当し, 「地球」が部分多様体に相当し, 「宇宙から見れば」が第二基本形式に相当している. “全空間から見れば 丸い部分多様体” を数学的に定式化すれば それは全臍的部分多様体 (totally umbilical submanifold) という概念になる. この概念を一般化することにより, 等方的部分多様体 (isotropic submanifold) の概念にたどり着く. 『階数 1 コンパクト対称空間 M が実空間形 (球面, ユークリッド空間, 実双曲型空間の総称) 内の部分多様体になっていると仮定する. このとき, その第二基本形式が平行であるならば M は等方的部分多様体になる. しかしながら, M が等方的部分多様体であっても その第二基本形式が平行になるとは限らない』という事実がある. この事実は次の問題を提起する:

> **問題** 階数 1 コンパクト対称空間が実空間形内の等方的部分多様体である時, その第二基本形式が平行になるための十分条件は何か ?

論文 (4), (5) (前田定廣氏との共著), (6), (7), (8), (10), (11) では, 平均曲率に関する不等式や余次元に関する不等式を用いて 上記問題に解答を与えた.

リー代数とは ブラケット積と呼ばれる付加構造を備えたベクトル空間である. その典型例として結合 (的) 代数が挙げられる. 例えば, n 次の実行列全体がなす集合 $\mathfrak{gl}(n,\mathbb{R})$ や n 次の実交代行列全体がなす集合 $\mathfrak{o}(n)$ などは結合代数になるため それらはリー代数といえる. リー代数をリー群の一次近似とみなすことができる (例えば, $\mathfrak{gl}(n,\mathbb{R})$ は実正則行列全体のなすリー群 $GL(n,\mathbb{R})$ の, $\mathfrak{o}(n)$ は実直交行列全体のなすリー群 $O(n)$ のそれぞれ一次近似である). そのため, リー代数の研究とリー群のそれは相互依存しているといえる. リー群の随伴表現または随伴軌道の研究は リー群とリー代数の理論がもっとも交差している. 論文 (3) では, 実半単純リー群の楕円 (随伴) 軌道を決定する方法を紹介した. これをシンプレクティック幾何の観点から見れば, 半単純擬ケーラー等質空間に対する分類問題の解決方法を紹介したとも云える.

リーマン対称空間とは, “その空間上に直立した人がいるならば, その人がどの方向を向いていようとも 目前と後頭部に映る景色が同じ空間” といえる. この言葉が指すように, リーマン対称空間とはかなり強い制約条件を課された空間である. しかしながら, 強い制約条件が課されてるがゆえに 空間としては扱い易い. 例えば, 単位開円盤に代表されるジーゲル領域や, 複素射影空間に代表される複素グラスマン多様体などはすべてリーマン対称空間である.



論文 (2) では, リーマン対称空間を一般化した概念である擬リーマン対称空間の一つのクラスである擬エルミート対称空間と楕円 (随伴) 軌道の関係を明らかにし, 楕円軌道の観点から 擬エルミート対称空間を分類した. また, 論文 (1) (野田知宣氏との共著) では, パラ・エルミート対称空間と擬エルミート対称空間の関係を明らかにしている. この論文は ケーラー多様体または擬ケーラー多様体とパラ・ケーラー多様体を結ぶ小さな一つの掛け橋を与える.

以上