研究計画

石田 裕昭

- **Small cover, real moment-angle manifold の symplectic 構造**
  $(\mathbb{Z}_2)^n$-作用を持つ n 次元閉多様体であって, 軌道空間が単純凸多面体となるようなものを small cover という. Small cover は aspherical 多様体の具体例を豊富に与え, toric manifold のように幾何学的性質が組合せ的に記述できる興味深い対象である. Small cover の中で, 向き付け可能となるものは完全に特徴付けられているが, symplectic 構造を許容するものの特徴づけが行われたのは, 筆者の研究による, 軌道空間が n 次元立方体になる場合だけである. 目標はすべての small cover に対して特徴づけを行うことであるが, 軌道空間がいくつかの多角形の直積の場合でも十分複雑で興味深い. また, small cover の有限被覆である real moment-angle manifold と呼ばれる多様体の族についても同様の問題を考えたい.
- **孤立不動点をもつトーラス作用付き多様体**
  n 次元トーラスの作用する $2n$ 次元有向閉多様体であって, 不動点を持つものは, torus manifold と呼ばれる. Torus manifold に対して, multi-fan と呼ばれる combinatorial object を対応させて, そこからいくつかの不変量が計算できる, ということが A. Hattori, M. Masuda らによってなされた. また, GKM space とよばれる, トーラス作用付き空間であって, ある種の条件を満たすものについて, GKM graph と呼ばれるラベル付き正則グラフから同変コホモロジー環が記述されることが知られている. これらのように, トーラス作用付き多様体であって, かつある種の条件を満たすものに対して, （トーラス作用に随伴した） combinatorial object を対応させることによって, そこから不変量を計算する, ということが考えられる. 筆者が特に注目したいのが,
  1. Symplectic manifold 上の symplectic circle action で, 孤立不動点を持つもの,
  2. Complex torus manifold のトポロジー

  である. 1 について, Kähler manifold の場合は, 不動点を持つ必要十分条件は作用が Hamiltonian であることが知られているが, symplectic manifold の場合については, semifree action 等の場合を除いて未解決である.
  2 について, 筆者と M. Masuda との共同研究により, 奇数次のコホモロジー群が消滅しているときは, コホモロジー環がある toric manifold と同型であることがわかっているが, toric manifold と異なるものが存在するかどうかわかっていない.