これまでの研究成果のまとめ

氏名　出耒 光夫

私は、これまでウェーブレット理論とその実解析の分野における重要な幾つかの関数空間への応用について研究してきました。そして、これらの関数空間のノルムの別表現をウェーブレットを用いてウェーブレット係数の観点から与え、優れた性質を持つ基底を構成する課題に取り組んできました。近年、ウェーブレットから得られる基底を用いた近似理論は、画像解析、信号解析、統計的推定および偏微分方程式の数値解析など様々な分野で応用され注目されています。ウェーブレット理論を様々な関数空間でより有効に活用していく為には、関数空間そのものを深く調べる事が当然必要となってきます。ウェーブレットの応用と同時に、関数空間における特異積分や分数積分など種々の作用素の有界性についても研究してきました。

私はこれまで Muckenhoupt が確立した A_p weight の理論に着目し、重み付き関数空間の研究に取り組んできました。特に、A_p weight の局所化による一般化である A_p^{loc} weight の性質を調べてきました。A_p^{loc} weight の興味深さは指数増大する荷重関数など A_p weight の枠組みでは扱えなかった関数を含んでいる点にあります。その性質を応用して、ウェーブレットにより A_p^{loc} weight に関する幾つかの重み付き関数空間の特徴付けと無条件基底を構成しました。また、重み付き Sobolev 空間や重み付き Triebel–Lizorkin 空間においては関数の近似に関して優れた性質を持つグリーディー基底と呼ばれる基底が構成できる事を証明しました。

一方、近年私は変動指数関数空間を重点的に研究しています。変動指数関数空間は実解析の分野においてだけではなく、電気流動体や画像復元の数学モデル化に適したものとして偏微分方程式論や応用数学の分野においても注目されています。変動指数関数空間の理論はここ２０年くらいの間で急速に発展しており、「変動指数解析（Variable Exponent Analysis）」と呼ばれる新たな数学の一分野が築かれつつあります。研究の過程で変動指数が適当な条件下で Muckenhoupt の A_p weight に類似した性質を持ち、様々な解析が可能となる事が解かりました。この点に着目して、まず私は最も基本的な変動指数関数空間である変動指数 Lebesgue 空間および変動指数 Sobolev 空間のウェーブレットによる特徴付けを与え、無条件基底を構成しました。また、実解析における重要な関数空間の１つである Herz 空間を変動指数を用いて一般化し、変動指数 Herz 空間という新たな関数空間を定義しました。Herz 空間は古典的な Hardy 空間におけるマルチプライヤーの特徴付けの研究から生まれた関数空間であり、通常の Lebesgue 空間と比較すると、関数の大域的性質だけでなく局所的性質も顕著に表す興味深いノルムを持っています。この変動指数 Herz 空間において、指数に関する適当な制限条件の下で、Hardy–Littlewood の最大作用素や特異積分を含む一般的な劣線形作用素の有界性を証明しました。その結果を応用して、変動指数 Herz 空間においてもウェーブレットによる特徴付けと無条件基底が構成できる事を示しました。更に、BMO 関数と特異積分または分数積分とのコミュテーターの有界性も証明しました。

また、私はウェーブレットの複素解析への応用の研究にも取り組み、これまでに１変数の正則関数空間についての２つの結果を得ました。１つは帯状領域上の Bergman 空間に関する結果で、帯域制限性を持つウェーブレットを用いてウェーブレット係数の観点から $L^2(\mathbb{R})$ に属する関数がこの空間に属する関数へ拡張される為の必要十分条件を与えました。もう１つは、複素平面上の Bargmann–Fock 空間に関する結果です。この空間と modulation 空間との関連性に着目し、Gabor フレームを用いて特徴付けおよびグリーディー基底を構成しました。