これからの研究計画

私が興味を持っている研究対象は低次元トポロジー、量子代数、組み合わせ理論等であるが、特にオペラッド (operad) の理論と結び目や三次元多様体の不変量理論に興味を持っている。

(1) LMO 不変量は三次元多様体の不変量理論の中でも有名な概念の 1 つである。私が進めていきたい研究はこの不変量を使った研究またはこの不変量そのものの研究である。この不変量を使った研究としては、例えば、私の初期の研究において、D. Bar-Natan と R. Lawrence による式を使ってレンズ空間の LMO 不変量の値を計算し、ホモトピー同値であるが同相で無い例を見つけたものがある。この不変量の構造の研究としては、有理ホモロジー三球面の LMO 不変量がすべての摂動的 G 不変量を決定する事を示すことができた。葉廣-Le の定理と合わせると、整数係数ホモロジー 3 球面に対しては LMO 不変量がすべての量子不変量を決定することになる。また、LMO 不変量をリー群 G で評価した値は有理ホモロジー三球面の量子 G 不変量の自明接続の寄与を捉えていると予想されている。実際、ザイフェルトホモロジー球面に対してこれは正しく、さらに行列積分の形でこの寄与を書く事ができる。任意のホモロジー 3 球面に対しては G=U(N) の場合に Garoufalidis と Marino による結果があり、G=SO(N),Sp(N) の場合には同様の結果を得る事ができた。この研究の続きとして、Gromov-Witten 理論との関係が私の最も興味のある問題である。すなわち、どのようにして Gromov-Witten 理論の双対として LMO 不変量が得られるのかという問題について研究して行きたい。具体的には LMO 不変量（の一部）をある種のオペラッドへの射として捉え直す事でこの対応を説明したいと思っている。前述の U(N) の場合は可換代数のオペラッド上の加群の構造と結合代数のオペラッド上の加群の構造の対応、SO(N) の場合は可換代数のオペラッド上の加群と Alexeevski と Natanzon の構造代数 (ある対合射を持つ結合代数) のオペラッド上の加群の構造の対応として説明されると予想している。

(2) 次に私が興味を持ち現在取り組んでいる研究は、部分的には (1) と関連するのであるが、結び目や絡み目に対する Kontsevich 不変量の類似を樹木タングルというクラスに対して構成することである。それを適切な意味で展開すると各係数は、樹木タングルのなすオペラッドとライプニッツ代数のオペラッド間の射を定め、またこの不変量全体はラックの構造を持つ。