

擬リーマン多様体上の Einsetein 計量, Ricci soliton, Sol-soliton に関する研究に従事する. 具体的には, 下記の問題となる.

(1) 論文 [1] で構成したように, 擬リーマン多様体上に Ricci soliton を構成する. また最近の研究によって, 等質空間上では Lauret が導入した Sol-soliton を用いて, 擬リーマン計量に関しても Ricci soliton を導き出せることが分かった. 応募者はローレンツ計量に関する Sol-soliton についての研究も行ない, 一般次元ハイゼンベルグ群上のローレンツ計量で, Sol-soliton, Ricci soliton となる計量があることを証明できたので, この証明をまとめ, 論文を書きあげること, これに関係する研究を進めることが課題である.

(2) 論文 [1] で構成したように, 対応するリーマン計量には存在しない Lorentzian Ricci soliton が存在することが示されている. また, リーマン幾何において, 等質空間上における gradient Ricci soliton は, rigid と呼ばれるアインシュタイン多様体とユークリッド空間の直積であることが Petersen と Wylie によって示されていたが, 擬リーマン幾何においては W. Batat, M. Brozos-Vazquez, E. Garcia-Rio, S. Gavino-Fernandez(2010) による研究によって, 類似の定理が成り立たないこと, つまり等質空間上における Lorentzian Ricci soliton で アインシュタイン多様体とユークリッド空間の直積でないものが存在することを示された. このような, Ricci soliton に関するリーマン幾何と擬リーマン幾何の違いを明らかにしていくことが研究課題の一つである.

(3) 余等質 1 の計量と Einstein 構造や Ricci soliton 構造に関する研究を継続していく.

$\{\theta\}_{i=1}^3$ を 3次元リー群上の 1次微分形式とし, 3次元リー群が作用する余等質 1 の多様体上のリーマン計量

$$g = dt^2 + a(t)^2(\theta^1)^2 + b(t)^2(\theta^2)^2 + c(t)^2(\theta^3)^2$$

を考える. 関数 $\{a(t), b(t), c(t)\}$ の取り方によって, 余等質 1 の計量は定曲率計量や標準的な計量の直積計量など, 様々な計量を表現する. 応募者は, 関数 $\{a(t), b(t), c(t)\}$ がどのような時に Einstein 計量や Ricci soliton になるかを研究する. 既に $E(2)$ の場合にリッチ流以外の軌道で余等質 1 のリッチ平坦計量が構成されている. このリッチ平坦計量を構成する軌道がどのようなものであるかを調べるのが最初の問題の一つになっている. また, リッチ流によるリッチ平坦計量の構成した場合で Ricci soliton に収束していたように, 元の軌道がどのようなソリトンに近付いていくかを判定する問題も 具体的な問題の一つとなっている.