これまでの研究

応募者: 恩田健介

私の研究は二つのテーマで行なっている.

(1) Lorentzian Ricci solitons

N.Rahmani and S.Rahmani(2006) によって, 3 次元ハイゼンベルグ群上の左不変ローレンツ計量は 3 つの計量 g_1, g_2, g_3 の内の一つに isometry と scaling を除いて一致すること, 計量 g_2, g_3 はそれぞれ負, 零の定曲率計量であることが示されていた. 私は Baird and Danielo(2007), Lott(2007) が構成した 3 次元ハイゼンベルグ群 H_3 上の Ricci soliton を参考にして, 3 次元ハイゼンベルグ群上の左不変ローレンツ計量 g_1 が Ricci soliton 方程式を満たすことを証明した. この結果により, 3 次元ハイゼンベルグ群上の左不変ローレンツ計量は shrinking non-gradient Ricci soliton, 負または零の定曲率計量の 3 種類の計量になることが分かった. これと類似の研究として, ユークリッド平面の等長変換群 $E(2)$ とミンコウスキー平面の等長変換群 $E(1,1)$ の二つの群上の左不変ローレンツ計量でも Ricci soliton として特徴付けられるものを見つけた. それらはどちらも shrinking non-gradient Ricci soliton である. 私の研究によって $E(2)$ の左不変ローレンツ計量には, 平坦計量とは別の代表的な計量として, 収縮非勾配リッチソリトン を持つことが分かり, $E(2)$ のリーマン計量には対応しない Lorentzian Ricci soliton を見つけることができた. また, この研究の発展として, Sol-soliton についての研究も進んでいる. Sol-soliton を扱うことで上記で取り組んだ微分方程式の問題が連立一次方程式の問題にまで難易度を下げることができる. 私はローレンツ計量に関する Sol-soliton についての研究も行ない, 一般次元ハイゼンベルグ群上に Lorentzian Ricci soliton が構成できることを証明し, 現在論文を準備中である.

(2) 余等質 1 計量の研究

私がこれまでに行なった研究は, 3 次元リー群上が作用する余等質 1 の多様体上の計量で 3 次元リー群上の計量が (ある意味) リッチ流の軌道になっているリッチ平坦計量の構成である. これは言い換えると, 軌道を構成する 関数の組 $\{a(t), b(t), c(t)\}$ がリッチ流方程式を満たすとき, 計量 g がリッチ平坦計量になるかどうかを調べる問題である. Lorenz や Gibbons, Pope らによって $SU(2)$ や H_3 に関する先行結果があった. 私は, ユークリッド平面の等長変換群 $E(2)$ が作用する余等質 1 の計量でリッチ流の軌道を持つリッチ平坦計量の構成を行った. 私の研究では, 対応する $E(2)$ 上の計量が平坦計量であるかどうかは問わずに, $E(2)$ が作用する余等質 1 の計量でリッチ流の軌道を持つリッチ平坦計量を構成した. また平坦計量は自然なハイパーケーラー構造を許容している. 私はそのハイパーケーラー構造を含むように, 構成したリッチ平坦計量が 任意の初期値に関してもハイパーケーラー構造を持つことを示した.