これまでの研究成果のまとめ

大田武志

Chen-Lü-Pope の構成した Kerr-NUT de Sitter 計量のリーマン曲率を具体的に計算して、それらがひとつの関数を用いて簡単な形で表されることを見出した。この計量が D タイプであることを証明した (業績目録の論文 [19])。

ランク 2 の閉コンフォーマル・キリング・矢野・テンソルで、ある対称性を示すものが一つ存在するとすると、互いに交換するランク 2 のキリング・テンソルと、キリング・ベクトルが存在することを証明した。測地線上のハミルトン・ヤコビ方程式が変数分離する条件も議論した ([20])。

ランク 2 の閉コンフォーマル・キリング・矢野・テンソルが存在する時空の性質を調べた。そのようなテンソルの固有値が、縮退していない場合は、Chen-Lü-Pope によって構成された D-次元の Kerr-NUT-de Sitter 空間だけであることを示した ([21])。固有値が縮退している一般の場合に考察を拡張し、ランク 2 の閉コンフォーマル・キリング・矢野・テンソルを持つ場合の計量の一般形を決定することができた。得られた計量は、Kerr-NUT-de Sitter 空間を一般化したものとなっている。複数個の Kähler 空間と、たかだか 1 個の一般の空間を底空間とし、Kerr-NUT-de Sitter 空間をファイバーとするファイバー束上の計量としてその具体形が与えられている。その計量が Einstein 計量となる条件も完全に決定することができた ([24,25])。

一般の高次元の Kerr-NUT-de Sitter 時空での Dirac 方程式は、常微分方程式系に変数分離することを示した ([22])。

一般化された Kerr-NUT-de Sitter 時空において、計量のテンソルモードによる線形摂動を、ある特別な条件下で行うと、線形化された Einstein 方程式 (Lichnerowicz 方程式) は、常微分方程式系に変数分離できることを示した ([26])。

2 次元共形場理論と 4 次元共形場理論のあいだに関連があるだろうという昔からの予想について、最近、Alday-Gaiotto-立川の 3 人によって、AGT 予想という形で新しい光が当てられた。この発展に基づいて、クイバー行列模型の β-変形を考察した。$SU(n)$ 型のクイバー模型の場合に量子スペクトル曲線を導入した。多重 log 型ポテンシャルを持つ行列模型のスペクトル曲線と、$SU(n)$ ゲージ理論で $2n$ 個のフレーバーをもつ理論の Seiberg-Witten 曲線との比較を行った。その結果、行列模型側のパラメータと、ゲージ理論側の質量パラメータとの間の対応を見出すことができた。さらに 2 つの曲線が同型であることを明確にしめした ([27])。

2 次元共形場理論のコンフォーマルブロックの Dotsenko-Fateev 多重積分は、β 変形した行列模型のなかの Selberg 型のものと解釈できるということを見出した。われわれは Jack 対称多項式に付随した積分公式を用いることにより、q-展開係数を計算する手法を確立した。この手法を適用することにより、β 変形した行列模型が、2 次元共形場理論のコンフォーマルブロックと 4 次元 $\mathcal{N}=2$ 超対称 $SU(2)$ ゲージ理論のフレーバーの数が $N_f=4$ の場合の Nekrasov 分配関数の母関数として利用できることを示した ([28])。

Selberg 型 β 変形用列模型において、対応する Nekrasov 分配関数が $SU(2)$ ゲージ理論のフレーバー数が $N_f=4$ のものから $N_f=3$、そして $N_f=2$ となるようなスケーリング極限を考察した ([29])。