研究成果

清水理佳

私は図式の特徴や局所変形を調べることにより, 結び目や絡み目の性質を研究してきました. 主な研究成果について以下に述べます. ここでは結び目は絡み目に含まれるものとします.

結び目図式のひずみ度

結び目理論において, 交代絡み目および交代図式の研究は重要なテーマのひとつです. Kawauchi により, 向き付けられた絡み目図式の複雑さを表すひずみ度が定義され, 主に絡み目の多項式不変量における計算や証明のために使われてきました. 私はひずみ度そのものに興味を持ち, 論文リストの論文 [1] において向き付けられた結び目図式のひずみ度と交点数の関係を表す不等式を発見しました. この不等式は, 等号成立条件によって交代図式を特徴付けており, このことからもひずみ度は交代図式の研究の手がかりになることがわかります. また同論文でひずみ度を用いて結び目不変量を定義し, 素な交代結び目を特徴付ける不等式を見つけました.

絡み目図式のひずみ度と絡みひずみ度

論文 [1] の結果を, 論文 [2] において絡み目図式および絡み目に拡張しました. その際に, 絡み目図式の異なる成分同士の交差点に着目して, 絡み目図式の絡みひずみ度を定義しました. さらに絡みひずみ度を使うことによって, 絡み目図式および絡み目の新しい概念である平衡という状態を特徴付けることができました ([2], [4] 参照).

輪投げ絡み目の完全分離数

結び目理論において, 絡み目の分離可能性は基本的かつ興味深い問題です. 私は論文 [3] において, 絡み目図式および絡み目に対して輪投げという局所変形を定義し, 輪投げを行って得られる絡み目の完全分離数を, もとの絡み目の完全分離数と成分数と, 行った輪投げの回数によって上下から評価しました. 特にこのことから, 任意の結び目から r 回の輪投げを行って得られる絡み目の完全分離数がちょうど r であることがわかります. さらに, 代数的には完全分離可能であり, 完全分離数は r であるような絡み目を輪投げによって構成できることもわかります. また, 輪投げにおける Conway 多項式と Alexander 多項式のそれぞれの振る舞いに関する公式を見つけ, それによって Alexander 多項式のある性質も見つけました.

領域交差交換と領域結び目解消数

Kishimoto により提起された, 結び目図式における領域交差交換は結び目解消操作であるかという問いに対して, 私はプレプリント [5] において肯定的な解答を与えました. そして結び目図式および結び目に対して, 領域結び目解消数という結び目不変量を定義しました. 任意の非負整数 n に対して, 領域結び目解消数が n であるような結び目が存在することを示し, また, 結び目の領域結び目解消数と交点数との関係を見つけました.