

以下では主に発表論文リストの[6]に主眼を置いた紹介をします。[1-4]はAGT予想[文献1]という最近では話題を呼ぶトレンドを背景に書いたものです。数学者ガウスまたはポアンカレの時代にさかのぼる超幾何関数や、均一化定理をはじめとする「古典」数学をもとに、四次元超対称ゲージ理論と二次元共形場の等価性を唱えたAGT予想にまつわる話題、及び予想に対する証明に触れました。

[文献1] L. Alday, D. Gaiotto and Y. Tachikawa, “Liouville Correlation Functions from Four-dimensional Gauge Theories,” Lett. Math. Phys. 91 (2010) 167

概説

近年、素粒子物理をめぐる理論の進展が目まぐるしい。周知の通り相対論や、量子力学といった自然界を理解するための基本法則が二十世紀初頭に樹立されました。その精神が受け継がれ、ついでこの両者を統一に扱える「弦理論」の誕生を促しました。「第一次弦理論革命」の勃発から三十年が経ち、すでに一定な成果を収めつつも、この分野が育ててきた手法や、画期的な視点はたつた今他の領域へ急速に浸透しています。かつては遠い隣人と思われてきた物性理論や、数学には弦理論が絶えずその影響を及ぼし続けています。このような弦理論の強烈な輝きを放たせているのは、何と言ってもその根底にある「双対性」の存在です。「双対性」とは、一見異なる二つ物事の間、実際非自明な等価関係が背後に隠れていることを指します。その著しい例の一つとして、「AdS/CFT」という重力・ゲージ対応が挙げられます。1997年にMaldacenaにより、「Anti de-Sitter (AdS)空間での超重力理論が一次元低い超対称な共形場の理論(CFT)に等しい」が提唱されました。彼の主張を認めると「共形理論の強結合での振舞いを重力の古典論に置き換えられる」という驚くべき結論に至ります。これはアイシュタインの夢である「量子論と重力との統一」を飛び越え、時空の歪みと呼ばれる重力を、単なる量子場の理論の現象として捉えるというより壮大な思想になっています。以来、世界の各グループによる膨大な研究がAdS/CFT対応の検証に向けられてきました。つまり、上で言う「非自明」な繋がりがあるゆえに、AdS/CFTにおける検証が特別な意味を持つ訳です。

新しいAdS/CFT対応関係の発見

2009年に私と共同研究者が発見した新たなAdS/CFT対応の例について述べたい。これは2008年の夏にAharony-Bergman-Jafferis-Maldacena (ABJM)により解明された、「三次元の超共形理論と四次元AdS時空との双対性」をきっかけにした研究です。そこで、新しい $N=3$ CFTとその重力双対にあたる八次元のEschenberg内部空間を見付けることができました。

弦理論の枠組み内にあるDブレーンというオブジェクトを介してのCFTの構成に基づき、このような結果にたどり着きました。もともとEschenberg空間は数学者が考案した八次元の多様体であり、物理の文脈に現れるチャンスがほとんどありませんでした。しかし、AdS/CFTが登場したお蔭で、数学者たちが調べていた知識が物理現象へのさらなる理解に大いに役立ちました。ですので分野間の壁を打ち破るにあたって、弦理論が本質的な役割を果たしています。

研究内容詳細

従来、三次元の共形理論にはChern-Simons項が含まれているため、超対称チャージの量が $N=3$ にとどまると考えられてきました。ところで、上述の「ABJMモデル」は世界に先駆け初めて $N=6$ に登る高い対称性を実現した上、さらにその重力双対の候補まで提案しました。

これまで、三次元共形理論への関心は停滞気味だったものの、ABJMの仕事を皮切りに、AdS/CFT研究の流れが一転しました。片方は $1+2$ 次元に棲む理論であるがために、物性実験を通してのAdS/CFT仮説への検証が可能なのではないかとまで言われ、物性の業界との交流も一段と盛んになっています。

技術的に説明すると、いわゆる $N=4$ 楕円(elliptic)モデルにmasslessなflavorを入れ、新しいCFTを作りそのラグランジアンを書きました。ellipticタイプがゆえに、我々は対応する重力解の構成も比較的行いやすいことに気付きました。様々な立場による検証を行った末、両者の双対を確立させました。