

今後の研究計画

(1) 拡散方程式の解の重心と時間無限大での挙動との関係

これまでの研究から全空間での拡散方程式の解の時間無限大での挙動とその解の重心の振る舞いとの間の密接な関係が示唆される。しかしながら、解の時間無限大での挙動に関する研究の多くは解の重心を考慮していないのが現状である。例えば、一般化された流速を持つ 1 次元単独粘性保存則の方程式 (M. Kato, Osaka Math. J., 44 (2007) 923–943) や Porous-Media 方程式 (A. Friedman and S. Kamin, Trans. Amer. Math. Soc. 262 (1980) 551–563, etc) などが挙げられる。ここではその一般化された流速を持つ 1 次元単独粘性保存則や Porous-Media 方程式を全空間において考察し、解の時間無限大での挙動とその解の重心の振る舞いとの間の密接な関係を探る。

(2) 全空間における空間無限遠方で非常に遅く減衰する初期関数を持つ移流拡散方程式

移流拡散方程式の時間大域解の漸近挙動に関する既存研究の多くは初期関数が L^1 で、非常に小さいという枠組みで解析している。一方、初期関数が有界ではあるが、 L^1 ではない場合、西原・檜崎両氏が冪乗型の非線形項を持つ半線型熱方程式に対して時間大域解の存在やその漸近挙動を証明しているが、このような観点からの研究は殆どなされていないのが現状である。ここでは、空間無限遠方で非常に遅く減衰する初期関数を持つ移流拡散方程式 (例えば走化性方程式など) の初期値問題に対する時間大域解の存在とその漸近挙動を考察し、移流項と初期関数を持つ空間無限遠方での減衰性が解の漸近挙動に与える影響を探る。

(3) 空間 2 次元における放物・楕円型の走化性モデル

永井・仙葉両氏は感覚関数が $\psi(v) = v^p$ ($p > 0$) や $\psi(v) = \log v$ である放物・楕円型の走化性モデルを考察し、球対称の下で正值解が有限時間で爆発するどうかを議論した (T. Nagai and T. Senba, Adv. Math. Sci. Appl., 8 (1998) 145–156)。しかしながら、私を知る限りでは正值解が球対称でない場合についてはよくわかっていないように思われる。ここでは、上のような感覚関数を持つ空間 2 次元の放物・楕円型の走化性モデルを球対称性を仮定せずに全空間で考察し、以下の問題について研究する:

(a) 有限時間で爆発する正值解や時間大域的で正值である解の存在

(b) 時間大域的で正值な解の時間無限大での挙動。

さらに感覚関数の違いが解の振る舞いにどのように影響を及ぼすのかを明らかにする。