これまでの研究

細胞性粘菌の集合体形成過程を表す走化性モデルは移流拡散方程式で記述される.この 走化性モデルに関しては、空間次元に依存して有限時刻爆発解が現れる可能性があること がよく知られている. 特に空間 2 次元の場合、粘菌の個体数によって時間大域解や有限時 刻爆発解が起こりうることが示唆されている.

応募者はこれまで全空間における走化性モデル

$$\begin{cases}
\partial_t u = \Delta u - \nabla \cdot (u \nabla v), & x \in \mathbb{R}^n, t > 0, \\
\partial_t v = \Delta v - v + u, & x \in \mathbb{R}^n, t > 0, \\
u(x, 0) = u_0(x), v(x, 0) = v_0(x), & x \in \mathbb{R}^n.
\end{cases} \tag{1}$$

の時間大域的で有界である解の時間無限大での挙動を考察してきた. 具体的な研究成果は以下の通りである.

- (1) 時間大域的で有界ならば、その解は時間無限大で熱核に漸近しながら 0 に減衰する (論文リスト [1], [7]).
- (2) 空間 2 次元以上において、ある初期関数のノルムが十分小さいならば空間無限遠方である特別な減衰条件を満たす時間大域解は存在する. さらにそのような解の漸近展開を与えることができた (論文リスト [2]).
- (3) u_0 の適当なモーメントが有限ならば、モーメントの次数に応じた u(t) のモーメント評価が与えられる。さらに、この評価を適用して時間大域的で有界な解の漸近展開を得た (論文リスト [3], [6]).
- (4) 時間大域解で有界な解の重心を考慮すると、その解の収束の速さが改善される. さらに、空間 1 次元と 2 次元においてはその収束の速さが最適であることが証明された (論文リスト [4], [5]).

応募者が得た結果に関して特出するべき点は 2 つある。1 つは走化性方程式における解の漸近展開は Navier-Stokes 方程式の解のそれ (藤垣氏・宮川氏の先駆的研究) とは異なり、 u_0 のモーメントの次数が n になると、漸近展開の中に補正項が出現し、さらに漸近展開の形が空間次元の奇偶によって異なることである。もう 1 つは解の重心とその解の時間無限大での挙動の間には密接な関係があるということである。従って、他の方程式にも同様な関係があることが示唆される。