研究成果のまとめ

山盛厚伺

ステファン・ベルグマンは今日ではベルグマン核と呼ばれている核関数を発見した．一般に複素領域に対しそのベルグマン核の明示公式を得ることは難しい．従い、明示的にベルグマン核が書き下せる様な領域を見つけることは基本的で重要な問題といえる．実際多くの研究者が今までにこの問題に取り組んでいる．

私の研究の主題の一つは「明示的にベルグマン核を書き下せるような領域を得るための方法を構築すること」であり、更にそれら明示公式をベルグマン核に関する種々の問題に応用することにも興味を持っている．特に Lu Qi-Keng 問題への応用に興味を持っている．

私のこれまでの研究において考察の対象になっているのは Hartogs 領域である．私は「Hartogs 領域の底空間がある条件をみたすときには、その領域のベルグマン核が多重対数関数と呼ばれる関数を用いて表示できること」を証明した．特にその条件を満たすような具体的な領域として次のものがあることを示した:

$$D_{n,m} = \{(z, \zeta) \in \mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^m; ||\zeta||^2 < e^{-\mu ||z||^2}\}, \quad (\mu > 0).$$

得られた明示公式の応用として、Lu Qi-Keng 問題をこの領域に対し考察した．Lu Qi-Keng は複素領域 Ω が単連結なときにはそのベルグマン核 K は $\Omega \times \Omega$ 上で零点を持たないと予想した．この予想は一般に正しくないということが既に知られている．複素領域 Ω はそのベルグマン核 K が $\Omega \times \Omega$ 上で零点を持たないとき Lu Qi-Keng 領域と呼ばれる．Lu Qi-Keng 問題とは与えられた領域 Ω に対し、それが Lu Qi-Keng 領域か判定せよというものである．私は領域 $D_{n,m}$ に対し次の結果を得た．

Theorem. 任意に固定された $n \in \mathbb{N}$ に対し n に依存するある数 $m_0(n) \in \mathbb{N}$ が唯一存在し、$D_{n,m}$ が *Lu Qi-Keng* 領域となるのは $m \geq m_0(n)$ なる m に限る．

私はさらに Cartan-Hatogos 領域と呼ばれる領域も先に言及した底空間に関するある条件を満たすことを確かめた．ここで Cartan-Hartogs 領域とは次で定義される領域である:

$$D_N = \{(z, \zeta) \in \Omega \times \mathbb{C}^m; ||\zeta||^2 < N(z, z)^\mu\}, \quad (\mu > 0),$$

ここで Ω は既約有界対称領域, N は generic norm と呼ばれるものである．この領域の Bergman 核の明示公式は W.Yin により既に得られている．しかしながら、W.Yin の公式には多重対数関数は現れない．従い、私の結果は Cartan-Hartogs 領域の Bergman 核の多重対数関数による別表示を与えていると述べることが出来る．