

研究計画

2009年、Alday-Gaiotto-立川によって『二次元共形場理論』と『四次元 $\mathcal{N} = 2$ 超Yang Mills理論のインスタントンの物理』に対応することが指摘された[1]。これはAGT予想といわれ、[2]や[3]により、拡張された予想が提案され、以後、様々な立場で研究されている。糸山と大田は『二次元共形場理論』と『四次元 $\mathcal{N} = 2$ 超Yang Mills理論のインスタントンの物理』に対応する行列模型を提案している[4]。この模型は実際的な計算を容易に行え、有用な模型である。申請者らは、2010年に [4]の行列模型を使い Scaling Limitを計算し、計算がYang-Mills側と一致することを確かめた[5]。また、現在、Free Energyの種数展開を計算している。我々は、こういった計算で有用な量を得ることとともに、[4]の模型で多くの有用な計算が期待できることを示すことを目標としている。

2011年度の研究目標は、このような直接計算の継続と、[4]の模型の拡張にある。前者については、*Mathematica*を利用し、[4]の行列模型の高次の摂動計算を人力の及ばぬ領域まで行うことを企図している。残念なことに、[1]の厳密な証明は未だない。多くの人がこの対応関係を信じているが、念のために最初の数千項を得て実際に確かめる計算は意味があると申請者は考えている。後者については、[2]や[3]の様な拡張が知られている以上、[4]の行列模型の拡張も当然期待され、拡張された模型を得たいと考えている。

また、申請者は量子力学における超関数型ポテンシャルと境界条件についての研究を企図している。特に、二階常微分演算子で Hamiltonian が与えられる系、すなわち、

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V(x)$$

で記述される系を対象にする。

デルタ関数型ポテンシャルなどで代表される超関数型相互作用を持つ系は、超関数の台での境界条件問題に帰着されることが知られている。Kurasovは、4 パラメーターの自由度を持つ超関数の族を考案し、その族と物理的に許容される境界条件には対応関係があることを示している[6]。だが、文献[6] の対応関係は完全ではなく、超関数に対応しない境界条件もある。また、超関数のクラスは16 個の自由パラメーターを持つ拡張を考慮することができることを申請者は突き止めている⁽²⁾。物理的に許容される境界条件は4個の実数パラメーターで特徴づけられるので[7]、16 個の実数パラメーターで特徴づけられる超関数ポテンシャルと境界条件の対応関係の間には、明らかな重複がある。そこで、申請者はある境界条件に対応する超関数のクラスを完全に特定することを計画している。申請者はすでに滑らかな境界条件（つまり、超関数がない場合）を与える超関数の族を特定しているが、その族の中には、任意の大きさの結合定数を持つ超関数が存在する。このことから、結合定数が大きい超関数と小さい超関数が同一の境界条件を与える場合があることが想定される。つまり、量子力学における強結合領域と弱結合領域に関しての厳密な対応関係が明らかになると思われる。

なお、この研究を遂行するため、この分野の権威であるPavel Exner 氏との議論を行いたく思っており、チェコ工科大学に行く事を希望している。

参考文献

- [1] L. F. Alday, D. Gaiotto, Y. Tachikawa, *Lett. Math. Phys.* **91** (2010), 167-197.
- [2] N. Wyllard, *JHEP* **0911** (2009), 002.
- [3] L. F. Alday, D. Gaiotto, S. Gukov, Y. Tachikawa, and H. Verlinde, *JHEP* **1001** (2010), 113.
- [4] H. Itoyama, T. Oota, *Nucl.Phys.* **B838** (2010), 298.
- [5] H. Itoyama, T. Oota, N. Yonezawa, *Phys. Rev.* **D82**, 085031 (2010).
- [6] P. Kurasov, *J. Math. Anal. Appl.* **201** (1996) 297.
- [7] I. Tsutsui, T. Fülöp, T. Cheon, *J. Phys. A: Math. Gen.* **36** (2003) 275.