今後の研究計画

吉脇　理雄

1. 多元環が tame 型とは，次元の等しい直既約加群の同型類が（有限個を除いて）有限個のパラメータで制御されているものである．Brauer-Thrall の第 2 予想より，有限表現型を含んでいることに注意しよう．したがって、考えるべきは次の予想である．

   予想． *tame* 型自己入射多元環の安定次元は高々 1 である．

   一般に逆は成立しない．また，表現次元が 3 となる自己入射多元環は安定次元が 1 となることに注意しよう（よってすでに肯定的な結果はいくつか存在する）．tame 型の多元環には domestic 及び polynomial growth と呼ばれる部分クラスがある．包含関係は $\{$ 有限表現型 $\} \subset \{$domestic$\} \subset \{$polynomial growth$\} \subset \{$tame 型 $\}$ である．標準的な自己入射多元環の安定次元は被覆理論より有限大域次元をもつ多元環の導来次元と関係があることがわかっている．実際，Euclidean 型の遺伝多元環及び（canonical）tubular 多元環の導来次元が 1 となることから，標準的な有限表現型でない domestic 自己入射多元環及び標準的な domestic ではない polynomial growth 自己入射多元環はそれぞれ安定次元が 1 となることがわかる．したがって，polynomial growth ではない tame 型の標準的自己入射多元環の安定次元について考察することが第一の目標となる．また，標準的でない自己入射多元環についても考えたい．
2. 第二に，上の予想と関係のある，大域次元が 2 以下である canonical 多元環の導来次元は wild 型であれば 2 であるか，という自然な疑問について考えたい．canonical tubular 多元環は導来次元が 1 であること（Oppermann）に注意しよう．また canonical 多元環が与える自己入射多元環の安定次元についても調べる予定である．なお，大域次元が 2 以下ならば準遺伝多元環である．したがって準遺伝多元環の導来次元についても考えたい．
3. Rouquier よると外積代数 $\wedge(k^n)$ は表現次元が $n+1$，導来次元が n，安定次元が $n-1$ となる．一方，有限表現型自己入射多元環については，Auslander や Chen-Ye-Zhang，Han の結果より，表現次元は 2，導来次元は 1，安定次元は 0 になる．よって自然な疑問が二つ生まれる．

   疑問 1． 表現次元と導来次元の差は 1 以上か？

   疑問 2． 導来次元と安定次元の差は 1 以上か？

   Oppermann も指摘しているが，今のところそれらの次元が一致するような（自己入射）多元環は見つかっていない．よって，この疑問について調べることが第三の目的である．