研究成果

橋本 要　(h-kaname@sci.osaka-cu.ac.jp)

対称空間でない既約な単連結リーマン多様体は, そのホロノミー群により 7 種類に分類されることが Berger によって示されている. 特殊なホロノミー群として $SU(n)$, $Sp(n)$, $Sp(n)Sp(1)$, G_2, Spin(7) の 5 種類が存在する. 特に, ホロノミー群が特殊ユニタリー群 $SU(n)$ の部分群に対応する Kähler 多様体を Calabi-Yau 多様体とよぶ. Harvey と Lawson はキャリブレーションを利用してホモロジー体積最小性を持つ部分多様体を構成する方法を与え, 特殊ホロノミー群をもつリーマン多様体において, ホモロジー類内で体積最小となる極小部分多様体の例を数多く構成した. 特に, 複素 n 次元 Calabi-Yau 多様体の場合, 複素体積形式の実部をとる n 次形式がキャリブレーションになり, これによってキャリブレートされる部分多様体を特殊ラグランジュ部分多様体という. Strominger, Yau, Zaslow によって複素 3 次元 Calabi-Yau 多様体の間のミラー対称性は特殊ラグランジュ トーラスの双対ファイブレーションによって, 幾何学的に解釈できると予想した. このことからも, 特殊ラグランジュ部分多様体に興味が持たれている.

Stenzel は階数 1 のコンパクト型対称空間 G/K の余接束上にコンパクト群 G が余等質性 1 で作用することに着目し, Ricci 平坦になるための Monge-Ampère 方程式を常微分方程式帰着させることにより, この上に G 不変な余等質性 1 の Calabi-Yau 計量を構成した.

この Stenzel 計量に関して, Ionel と Min-Oo は 3 次元球面の余接束内に 2 次元トーラスの作用で不変な特殊ラグランジュ部分多様体, Anciax は n 次球面の余接束内に $SO(n)$ の作用で不変な特殊ラグランジュ部分多様体を構成した. これらの, 拡張として球面 S^n 内の余接束 T^*S^n 内に $SO(p) \times SO(q)$ $(p+q=n+1)$ の作用で不変な特殊 Lagrange 部分多様体を構成し, 分類をおこなった (論文 [1]). これは運動量写像を用いて余等質性 1 の ラグランジュ部分多様体を構成し, これが特殊ラグランジュ部分多様体になるための条件を常微分方程式によって与えるという手法である. さらに, この常微分方程式を解析することによって漸近挙動や特異点の様子を調べた.

球面内の等質超曲面は階数 2 の対称空間の線形イソトロピー表現と同値であることが知られており Hsiang と Lawson により分類されている. このいくつかの場合について T^*S^n 内の余等質性 1 の特殊ラグランジュ部分多様体の構成を博士論文においておこなった.