研究計画

Eliashberg の言によると，接触トポロジーは低次元トポロジーの正統な後継者 (次に来るもの) である．この観点から，貴機関において，とりわけ低次元の場合における豊富な経験を必要とする次の三つの主題について研究したい．

i) 接触埋め込みと特異点論：Martínez Torres は私の結果を拡張し，与えられた $(2n+1)$ 次元閉接触多様体から $(4n+1)$ 次元球面 $S^{4n+1} \subset \mathbb{C}^{2n+1}$ への接触はめ込みであって，S^{4n+1} の自明なオープンブックを M^{2n+1} のシンプレクティックオープンブックへ引き戻すものを構成した．他方 M^{2n+1} は向き付けられているので，滑らかな部分多様体としては S^{4n+1} に埋め込むことができる．私は上の接触はめ込みを接触埋め込みに取ることができることを示そうとしている．じっさい私は「ほとんど全て」の接触 3 次元多様体を S^5 にそのように埋め込むことができる．私は閉組み紐の概念を「回転」する接触部分多様体を含むように拡張して，複素特異点とくに曲面特異点への応用を目指して研究したい．

ii) 葉向シンプレクティック葉層：M^{2n+1} 上の概接触構造とは，$(J^1(n,1),0)$ の局所接触変換の 1-ジェットによる G 構造である．それは $[\alpha]\wedge[\omega]^n > 0$ を満たす 1-形式 α と 2-形式 ω の共形類の対 $([\alpha],[\omega])$ と言ってもよい．接触形式 α は単に $\omega = d\alpha$ として概接触構造を定める．この場合の概接触形式は完全であるという．他にも概接触構造の典型的な例として (余次元 1 の) 葉向シンプレクティック葉層がある．最近，三松氏は Verjovsky らの試みに触発され，S^5 の Lawson 葉層に葉向シンプレクティック構造を構成した．[11] ではこの結果を精密化・一般化した．すなわち，ある一群の接触構造に対し，次のような概接触構造の族を構成した．それは完全なものから出発して，$\ker[\alpha]$ が接触構造であるものを経由し，葉向シンプレクティック葉層に終わる．この結果を Eliashberg-Thurston 理論の高次元化につなげたい．私はまた Novikov 閉葉定理を葉向シンプレクティック葉層にたいするものに拡張しようとしている．というのも最近の Meigniez の仕事によれば Novikov 閉葉定理は高次元の単に滑らかな葉層に対しては成り立ちようがないからである．

iii) ルジャンドル部分多様体による葉層部分多様体：$(4n+3)$ 次元の接触多様体のルジャンドル部分多様体 L は $(2n+1)$ 次元である．このとき余接束 T^*L の零断面の近傍もまた埋め込まれているので，L が接触構造を持つとすれば，L を摂動するだけで接触部分多様体 L' が得られる．(従って L は L' の接触幾何学的性質を統制できない．) 他方，$(4n+1)$ 次元の接触多様体のルジャンドル部分多様体の 1 次元族の中には，葉層をなし，それに収束する接触構造の族を統制しているものが実際にある．この現象を最初に発見したのが Bennequin である．私の結果のほとんどは何かしらこの現象と結びついているので，更に追求していきたい．