研究成果

$2n+1$ 次元接触多様体 M^{2n+1} は n 変数関数の 1-ジェット空間 $J^1(n,1)$ を局所モデルとする多様体である．詳しくは M^{2n+1} 上に $J^1(n,1)$ の局所接触変換の擬群 Γ による Γ 構造が与えられたとき，それが保つ M^{2n+1} 上の超平面分布 D を接触構造と呼ぶ．通常 D は適切な横断的向きを持つとし，$D = \ker \alpha$ を満たす大域的接触 1-形式 α をひとつ取る．すると α を $J^1(n,1)$ の標準形式にうつすチャートからなるアトラスを取ることができる (Darboux の定理)．接触構造はシンプレクティック構造の拡大流が持つ横断的に不変な構造として，また各接触形式は流れの断面として現れる．M^{2n+1} が閉多様体である場合には，D の任意の変形は自明である (Gray 安定性)．従ってとくにホモトピックな接触構造はイソトピックである．このことから接触幾何はトポロジー的な性質を持つと言える．

Thurston と Winkelnkemper は与えられた (閉有向) 3 次元多様体上のオープンブック分解にたいして接触構造を構成した．[3] で私は，モノドロミーが「右巻き」の場合に，彼等の接触構造がシンプレクティック充填から得られることを示した．他方 Loi と Piergallini は，3 次元多様体が Stein 領域の境界と微分同相になるのは，それが「右巻き」のオープンブックを持つとき，そのときに限ることを示した．これらの結果は後に融合され，Giroux による「接触構造とオープンブック分解の正安定化類との一対一対応」に含まれるようになった．私はまた M^3 の任意の接触構造が回転可能葉層に収束することを示した．このことから，Eliashberg-Thurston 理論とは対照的に，Reeb 成分を持つ多くの葉層が相対 Thurston 不等式を満たすことが判明した．この現象については，共同研究者とともに，様々な結果を得た：ホモロジー的過旋性については [7] を，Dehn 充填については [6] を，Bennequin のイソトピー補題の一般化については [5] を参照されたい．

[4],[13] では与えられた接触 M^3 から $J^1(2,1)$ への特殊なはめ込み (時に埋め込み) を近似的ホロモルフィック幾何を利用して構成した．この結果は Martínez Torres によって一般化された．[8] で私は $J^1(2,1)$ の中で,「標準的」な接触構造を持つ 3 次元球面を，接触部分多様体の族を経由し，Reeb 葉層をなすルジャンドル部分多様体の和へ変形して，更に「エキゾチック」(=過旋) な接触構造を持つ 3 次元球面に変形した．ここでの Reeb 葉層は 1 階 PDE 系で表わされている．

$J^1(1,1) \approx S^3 \setminus \{*\}$ の任意の Seifert 曲面は Bennequin の不等式を満たし，3 次元接触多様体の任意の曲面は「凸」な曲面で滑らかに近似される．[10] では $J^1(2,1) \approx S^5 \setminus \{*\}$ の Seifert 超曲面であるが Bennequin の不等式を破り,「凸」な超曲面とはほど遠いものを構成した．Lutz は $J^1(1,1)$ の接触構造をエキゾチックなものに改変した．私は [9] で 3 次元 Brieskorn 多様体の幾何学を利用し，Lutz の改変を $J^2(2,1)$ の改変に一般化した．このとき「凸」な Seifert 超曲面であって，Bennequin の不等式を破り，シンプレクティック充填の障害となるものが現れる．この結果は部分的に Massot, Niederkrüger, Wendl により一般化された．

他にある種の葉層の (不) 安定性に関する福井先生との共著 [1] がある．