研究計画

野田 尚廣

これから取り組む研究課題はこれまでの流れを継続し, 微分式系の幾何学により一層深みを与えることである．特に, 研究スタンスは以下の 2 つからなる.

1. 対称性を持つ微分式系の研究．

これは豊富な対称性をもつ幾何構造, すなわち Lie 群の作用をもち, かつそのもとで不変な幾何構造（微分式系）の研究を行うことを主眼としている．当該分野における関連話題として, 「放物型幾何学」を挙げることができる．ここでいう放物型幾何学とは大雑把にいえば, $\mathbb{R}$ または $\mathbb{C}$ 上の単純 Lie 環 $\mathfrak{g}$ に対して, その（制限）ルート系の議論から定まる $\mathfrak{g}$ の gradation:

$$\mathfrak{g} = \mathfrak{m} \oplus \mathfrak{p}, \ \ (\mathfrak{p} : \text{放物型 Lie 部分環}),$$

に付随して得られる, コンパクト等質空間 G/P (P は $\mathfrak{p}$ を Lie 環にもつ単純 Lie 群 G の放物型部分群) をモデル空間にもつ一般の多様体 M (dim M =dim G/P) 上の幾何学を指す．この幾何学に関して, Cartan 接続ならびに付随する曲率の構成から結論を与える田中理論と呼ばれる既存の理論を基軸として取り組んでいきたい.

2. 特異性をもつ微分式系の研究.

二階の単独型偏微分方程式の研究に関しては, これまでも行ってきたがこれ以降も継続的に続けていくべき豊富な研究対象である. 申請者と渋谷氏は, 以前の研究において 2 階の偏微分方程式系の解（のグラフ）の概念（幾何学的解）を 2 階の接触幾何学の立場から定式化した. この中で, 特異解と呼ばれるある種の特異性をもつ解の概念も定式化された．この特異解は 2 階の jet 空間の部分多様体としては, 滑らかだが, 1 階の jet 空間の中に射影すると特異点をもつようなものをさす. そして, この解に関して, 単独型方程式と過剰決定系に関しては, 延長理論を駆使することで構成する手法や具体例の明示的構成（積分表示）を当てることに成功した. [5], [6] このような解の幾何学的性質や構成等に関しては, まだ調べる余地があると思うので, この方向も継続していきたい．また, 解のみならず方程式自身に現れる特異性についてもより深く研究していきたいと考えている．