研究計画

能城　敏博 (Nogi Toshihiro)

リーマン面 S の曲線複体 $\mathcal{C}(S)$ は，タイヒミュラー空間の幾何，特に漸近的な幾何を考察するため，Harvey によって導入された．その後，Masur と MInsky によって $\mathcal{C}$ が Gromov の意味で双曲的であることが証明されてから，タイヒミュラー空間の考察において重要な概念であることが認識されてきている．

本研究の目標は，曲線複体の理論を使って，タイヒミュラー空間をより深く解析するということである．

近い将来としては，次のことを考察する．

(1) 写像 $\widehat{\varphi}: T(S) \times U \to T(\dot{S})$ の $T(S) \times (U \cup (\partial U - \mathbb{A}))$ への拡張不可能性について

写像 $\widehat{\varphi}: T(S) \times U \to T(\dot{S})$ は $T(S) \times (U \cup \mathbb{A})$ に連続的に拡張することが分かった．

次に，写像 $\varphi \circ r$ がその補集合 $T(S) \times (\partial U - \mathbb{A})$ には連続拡張しないことを示したい．しかし，$(\partial U - \mathbb{A})$ は「広すぎる」ことが分かってきた．拡張不可能性の証明には，何らかの仮定が必要である．

方法としては，Zhang の *Non-extendibility of the Bers isomorphism* の証明を一般化することである．一般化の鍵は，タイヒミュラー・モジュラー群の元の反復の集積点の集合 A の考察である．

Zhang は、タイヒミュラー・モジュラー群の元が方物型の場合での A を考察していて，古典的な結果が使える．一方，我々は、タイヒミュラー・モジュラー群の元が擬双曲型の場合での A を考察する必要があるが，先行結果は少ない．この考察には，Brock の学位論文の議論が使えると期待している．

(2) 写像 $\widehat{\varphi}: T(S) \times U \to T(\dot{S})$ の $\overline{T(S)}^B \times U$ への拡張可能性について

写像 $\widehat{\varphi}: T(S) \times U \to T(\dot{S})$ が $\overline{T(S)}^B \times U \to \overline{T(\dot{S})}^B$ に連続的に拡張することを考察する．ここで $\overline{T}^B$ は T の Bers コンパクト化である．

この課題は難しいと思われる．そのためまず，写像 $\widehat{\varphi}$ が $(T(S) \cup \mathbb{P}FL(S)) \times U \to (T(\dot{S}) \cup \mathbb{P}FL(\dot{S}))$ に連続的に拡張することを考察する．このために，

(i) タイヒミュラー空間 T から曲線複体 $\mathcal{C}$ への「自然な」写像 $T \to \mathcal{C}$ は $(T \cup \mathbb{P}FL) \to \overline{\mathcal{C}}$ に連続に拡張する (E. Klarreich, *The Boundary at infinity of the curve complex and relative Teichmüller Spaces*, 定理 1.1).

(ii) 写像 $\Phi: \mathcal{C}(S) \times U \to \mathcal{C}(\dot{S})$ は $\overline{\mathcal{C}}(S) \times U \to \overline{\mathcal{C}}(\dot{S})$ に連続に拡張する (C. J. Leininger, M. Mj and S. Schleimer, *The universal Cannon-Thurston map and the boundary of the curve complex*, 命題 2.11).

という結果を使う．この考察をモデルとして，もとの課題を取り組みたい．