研究計画

恩田健介

引き続き, 擬リーマン多様体上のリッチソリトン, Algebraic soliton の研究に取り組む. 論文 [3]-[5] の研究のように, リーマン多様体と擬リーマン多様体上の Ricci soliton や Algbraic soliton の研究結果の類似点と相違点を明らかにしてきたい. 主な研究対象は次の二点である.

(1) **(2-step) Nilpotent Lie group 上の Lorentzian algebraic soliton (nil-soliton) の研究**

(2-step) Nilpotent Lie group 上の Lorentzian nil-soliton の構成と metric solvable extension に関する研究を行う.

(2-step) Nilpotent Lie group 上の Riemannian nil-soliton については既によく研究されている. 一方, Lorentzian の場合についてはまだ研究されていない. これは Lorentzian の場合は複数の左不変計量を許容することが原因の一つである. 例を挙げると, 3 次元ハイゼンベルグ群の左不変リーマン計量は isometry とスケーリングでただ一つであり, それは Einstein でない nil-soliton となる. 一方, 3 次元ハイゼンベルグ群上の左不変ローレンツ計量は, isometry とスケーリングで同一視を考えても 3 つの計量が得られ, そのうち二つが Einstein でない nil-soliton であり, 残りの一つが flat metric である. 必要であれば次元を制限し, (2-step) Nilpotent Lie group 上の Lorentzian nil-soliton を構成し, 分類することが問題の一つである.

nil-soliton を元に metric solvable extension を考える. リーマン計量の場合であれば, このとき Einstein 計量が構成できることが知られている. 私は, Lorentzian の場合での研究を行う予定である. 論文 [3] では, oscillator 群上の sol-soliton を用いて metric solvable extension を考えており, このときは sol-soliton を構成する Derivation D を用いて Einstein を構成できないことを確認した. 一般の多様体, または (2-step) Nilpotent Lie group 上の Lorentzian sol-soliton を元に metric solvable extension を考え, Einstein 計量の構成に関する研究を行う.

(2) **4-dimensional Walker manifolds 上のリッチソリトン**

Walker manifold 上の計量は, リーマン幾何と一般の擬リーマン幾何の研究結果を比べる際によく行われ, しばしば両者の研究結果の違いが発見される. 例えば, W. Batat ら 4 名の研究者によって, Lorentzian の場合での rigid Ricci soliton の研究がある. リーマン計量の範囲では, 等質空間上における勾配リッチソリトンは, rigid と呼ばれるアインシュタイン多様体とユークリッド空間の直積であることが Petersen と Wylie によって示されていた. しかし Batat らの研究はローレンツ幾何においては Petersen と Wylie の結果が成り立たないこと, つまり等質空間上におけるローレンツ勾配リッチソリトンで アインシュタイン多様体とユークリッド空間の直積でないものが存在することを示した.

私は, この論文の著者の一人である Prof. Batat と共同研究として, 「4 次元 Walker metric がリッチソリトンとなる多様体の分類」に取り組んでいる. 4 次元 Walker metric は, 三つの未知関数を用いて表示できることが知られており, この表示を利用して, 4 次元 Walker manifold 上のリッチソリトンの研究を進めている.