今後の研究計画

四次元 N=2 超対称ゲージ理論(すなわち Seiberg-Witten 理論)と可積分模型との双対性

Seiberg-Witten 理論は四次元ゲージ場の理論の力学を記述しているのに対して、可積分模型は解けるおもちゃ模型として物性など様々な場面に顔を出しています。この両大分野の接触は、物理のみならず数学においても大きなインパクトを与えています。「片方では知れねども、もう片方を通じれば知れる」という強力さは、数理物理への大きな示唆が期待されます。最近、数学的な書き換えがきかっけとなった両側の等価性は、その背後に潜む物理が掘り起こされるにつれて、より明らかになってきました。リストの[2]をベースにその一例を述べたいと思います。

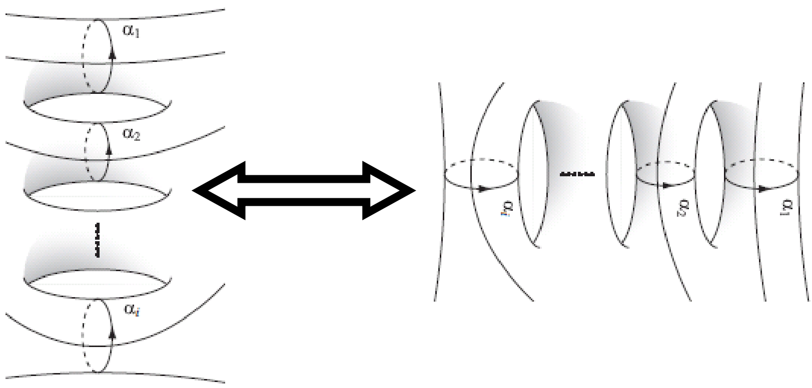
- **Baxter の T-Q 方程式**

可積分の世界では「ハイゼンベルク量子スピン鎖」が重要な一角を占めています。それがもう一つ有名な可積分古典バーテックス模型との双対がよく知られています。通常の Bethe Ansatz を用いてスピン鎖における状態を作りますが、Baxter による代数的な Bethe Ansatz(Algebraic Bethe Ansatz)という手法もしばしば聞かれます。ところで、後者に Baxter の T-Q 方程式が付随しているため、たくさんの異分野と接点を持てるようになります。

- **Seiberg-Witten 理論**

主に二次元の Seiberg-Witten カーブでこのような N=2 理論の低エネルギーでの力学が決定されます。Witten による 11 次元の M 理論に持ち上がったあと、Seiberg-Witten カーブは図 1 のようなものになります。実は XXX 量子スピン鎖における spectral カーブも左辺のカーブと等しい。この事実は十年くらい前にすでに知った「可積分・ゲージ」対応関係ですが、その物理的な理由ははっきりしないまま今に至りました。

図 1: 90 度回転された右辺のリーマン面はもう一つの N=2 ゲージ理論を記述しています。



- **リスト[2]でやったこと**

[2]では XXX スピン鎖における Baxter T-Q 方程式の古典近似を詳しく調べました。そこで、図 1 の左右のカーブが特徴づける違うゲージ理論を、この古典 Baxter T-Q 方程式により繋げられていることを発見しました。これを受け、spectral と Seiberg-Witten カーブが等しいことは単なる偶然ではないという疑いを強めます。