

## これまでの研究成果のまとめ

実質上は(Ⅰ)「ゲージ・幾何」と(Ⅱ)「ゲージ・重力」対応という二大テーマに帰着できます。

- (Ⅰ)の背景に、「四次元  $N=2$  超対称ゲージ理論の力学を二次元リーマン面の(量子化された)幾何に記述される」という2009年に提唱されたAGT予想[文献1]があります。そこに、数学者ガウスまたはポアンカレの時代にさかのぼる超幾何関数や、均一化定理をはじめとする「古典数学」が応用されました。
- 一方、(Ⅱ)は2008年の夏に誕生したABJM模型[文献2]がきっかけの「三次元の超共形理論と四次元 AdS 時空との双対性」に関する研究です。

[文献1] L. Alday, D. Gaiotto and Y. Tachikawa, “Liouville Correlation Functions from Four-dimensional Gauge Theories,” *Lett. Math. Phys.* **91** 167 (2010)

[文献2] O. Aharony, O. Bergman, D. Jafferis and J. Maldacena, “ $N=6$  superconformal Chern-Simons-matter theories, M2-branes and their gravity duals,” *JHEP* 0810 (2008) 091

(Ⅰ)「四次元  $N=2$  ゲージ理論と二次元共形場の理論(CFT)であるリウヴィル(Liouville)理論とは分配関数のレベルで等しい」というAGT予想の主張をもとにした、[4-6]の内容をまとめました。

- [6]では、漸近自由の $N=2$  SU(2) QCD(量子カラー力学)でフレーバーの数=2, 3の場合におけるSeiberg-Wittenプレポテンシャルへの重力補正を、完璧に再現しました。この結果はエルミート行列模型を用いて導いたもので、世界では始めてとなります。研究の発端となった[文献3]ではプレポテンシャルを再現する行列模型を予言しました。それを受けて、1-ループ重力補正の計算を行い、既存の結果との一致を示しました。

[文献3] R. Dijkgraaf and C. Vafa, “Toda Theories, Matrix Models, Topological Strings, and  $N=2$  Gauge Systems,” arXiv: 0909.2453

- $N=2$  SU(2) QCD にフレーバーが四つあった際、この理論が持つS-双対性について新たな視点を[5]で与えました。Seiberg-Wittenの原論文では、結合定数のSとT変換の下、フレーバーの裸質量が非自明な変換則に従うことにより、理論の不変性が保たれるのを示されました。この対称性(S-双対性の一部)は「triviality」と名付けられています。この変換則への更なる理解が得られないまま、現在に至りました。AGT予想の示唆に基づき、本研究はそれを超幾何関数の振る舞いと結び付けました。
- [4]はAGT予想の導出を古典レベルで行いました。これまでAGT予想に対する検証や、証明とは異なり、従来のエルミート行列模型並びにポアンカレ等が発見したリーマン面に関する均一定理を用い、古典近似でのリウヴィル側の相関関数から、直接Seiberg-Wittenプレポテンシャルを抜き出しました。さらに、そこでCalogero-Moser/Heun双対性を用い、古典極限でのレベル2ヌル・ベクトルにおけるデ・カップリング方程式と四つの穴開きリーマン球面上に定義されるHeun(Lame)型のFuchsian二階常微分方程式との等価を示しました。ほかにも、二体Sutherland模型の固有関数とself-dual  $c=1$ 位相的な弦理論との関係もトリック図を用いて議論しました。

(Ⅱ) リストの[8]について—「新しい  $N=3$  CFT とその重力双対(八次元の内部 Eschenberg 空間)の発見」

弦理論の枠組み内にあるDブレーンというオブジェクトを介してのCFTを構成し、この発見にたどり着きました。

- もともとEschenberg空間は数学者が考案した八次元の多様体であり、物理の文脈に現れることはほとんどありませんでした。しかし、1997年に登場した「AdS/CFT対応」のお蔭で、数学者たちが調べていた知識が物理現象へのさらなる理解に大いに役立ちました。ですから分野間の壁を打ち破るにあたって、弦理論が本質的な役割を果たしています。
- 従来、三次元場の理論にはChern-Simons項が含まれているため、超対称チャージの量が $N=3$ にとどまると考えられてきました。ところで、上述のABJM模型は世界に先駆けて $N=6$  CFTを実現し、その重力双対の候補も提示しました。これまで、三次元CFTへの関心は停滞気味だったものの、彼らの仕事を皮切りにAdS/CFT研究の流れが一転されました。(1+2)次元に棲むCFTのため、物性実験を通じAdS/CFT対応への検証も可能なのではと、弦理論と物性の業界との接点が一気に膨れ上がりました。
- 技術的にいわずに $N=4$  elliptic(楕円)CFTという既存のモデルにmasslessなフレーバーを入れ、新しいCFTを作ります。そのラグランジアンをDブレーンの配位から読み取れます。実はellipticタイプがゆえに、双対する重力解の構成は比較的行いやすい。ホロノミ群が $sp(2)$ のhyperKaehler多様体であるべき内部空間などの整合性を検証し、ゲージ・重力両側の双対を確立させました。