今後の研究計画

高田　了

1　非圧縮性 Euler 方程式に関する研究

1.1　初期値問題の適切性と非適切性

非圧縮性 Euler 方程式の初期値問題に対する適切性および非適切性に関する研究を行う．特に，適切性と非適切性の境界となる関数空間を，Besov 空間および Triebel-Lizorkin 空間の枠組みにおいて決定することを目標とする．適切性に関して，現在知られている最良の関数空間は Besov 空間 $B^1_{\infty,1}(\mathbb{R}^n)$ である．先行研究 [A3] では，$B^1_{\infty,q}(\mathbb{R}^n)$ $(1 < q \leqslant \infty)$ において非線形項評価が破綻することを証明したが，今後はこの研究において構成した反例を用いて，$B^1_{\infty,q}(\mathbb{R}^n)$ $(1 < q \leqslant \infty)$ における方程式の非適切性を証明したい．また，Besov 空間のみならず，Triebel-Lizorkin 空間の観点からも同問題を考察する．

1.2　時間局所解に対する爆発判定法

3 次元における非圧縮性 Euler 方程式の時間局所解に対する Beale-Kato-Majda 型爆発判定法の精密化を目標とする．非圧縮性 Navier-Stokes 方程式の場合，渦度ベクトルのうち 2 成分が $L^1(0,T;\mathrm{BMO}(\mathbb{R}^3))$ に属せば，解は時刻 $t = T$ を越えて延長可能であることが知られている．しかし，非圧縮性 Euler 方程式に対する 2 成分のみによる判定法は，クラス $L^2(0,T;\dot{B}^0_{\infty,1}(\mathbb{R}^3))$ における結果に留まっており，このクラスは $L^1(0,T;\mathrm{BMO}(\mathbb{R}^3))$ より真に狭く，スケール不変性を持たない空間である．本研究においては，渦度に関するスケール不変な空間において，2 成分のみによる爆発判定法の導出を目標とする．

2　Coriolis 力付き非圧縮性 Navier-Stokes 方程式に関する研究

2.1　Coriolis 力による分散効果と時間大域的適切性

Coriolis 力による影響を考慮した非圧縮性 Navier-Stokes 方程式の初期値問題の適切性を考察する．先行研究 [D1] においては，初期速度場が Coriolis 力に依存せずに十分小さい場合の時間大域的適切性を証明した．今後は，方程式の時間大域的適切性を保障するための初期速度場の大きさが，流体の回転速度に応じて大きく取れることを証明し，初期速度場の大きさと Coriolis 力との関係を明確に特徴付けることを目標とする．

また非定常問題に関しては，回転速度を無限大に近づけた際の解の挙動や，Fast singular oscillating limits 等の問題に関しても考察していきたいと考えている．

2.2　Coriolis 力による分散効果と定常問題

Coriolis 力による影響を考慮した非圧縮性 Navier-Stokes 方程式の定常問題を考察する．定常問題の可解性に関しては，現在までに外力項が Coriolis 力に無関係に十分小さい場合の結果が知られているが，本研究では外力項の大きさと Coriolis 力との関係を特徴付けることを目標とする．より具体的には，初期値問題の場合と同様に，定常解の存在を保障するための外力項の大きさが，流体の回転速度に応じて大きく取れることを証明する．更に，定常問題の自然な拡張である時間周期問題についても考察する．また，ここで得られた定常解および時間周期解の漸近安定性について，初期値に摂動を与えた場合と，外力に摂動を与えた場合の 2 つの観点から考察する．