現在までの研究概要

高田　了

1　非圧縮性 Euler 方程式に関する研究

非圧縮性完全流体の運動を記述する Euler 方程式を対象とし，その初期値問題の適切性に関して，主に調和解析学の手法を用いて研究を行った．具体的な研究概要を以下に述べる．

1.1　より広い関数空間における方程式の適切性

論文 [A1] においては，弱 Lebesgue 空間 $L^{p,\infty}(\mathbb{R}^n)$ を基礎とする Besov 型の関数空間を導入し，その空間における Euler 方程式の時間局所適切性を証明した．更に，得られた時間局所解の延長可能性問題に対し，Beale-Kato-Majda 型の爆発判定法を導出した．本研究結果は，通常の Besov 空間における先行結果の拡張となっている．

1.2　適切性に関する臨界の関数空間

論文 [A3] においては，方程式の適切性が得られる臨界の関数空間を，Besov 空間および Triebel-Lizorkin 空間の枠組みにおいて，非線形項評価の観点から考察した．特に，Kato-Ponce 型交換子評価に着目し，交換子評価の成立・不成立に関する空間指数の関係式について，必要十分条件を与えた．

1.3　解の実解析性の伝播

論文 [A4] [B1] においては，Besov 空間 $B^1_{\infty,1}(\mathbb{R}^n)$ に属する初期速度場が実解析的な場合に，方程式の解も存在する限り実解析的となることを証明した．更に，解の Taylor 級数の収束半径に対する評価を導出し，解の爆発時刻と収束半径との関係を，Beale-Kato-Majda 型爆発判定法の観点から特徴付けることに成功した．

2　Keller-Segel 方程式系に関する研究

走化性による細胞性粘菌の集合体形成モデルである Keller-Segel 方程式系を対象とし，その爆発解の挙動に関して研究を行った．

論文 [A2] においては，同方程式の後方自己相似解の存在・非存在を弱解の範疇において考察した．細胞性粘菌の全質量が有限である解のクラスにおいて，放物-放物型 Keller-Segel 方程式系では全ての空間次元において，放物-楕円型 Keller-Segel 方程式系では空間 3 次元以上において，いずれも後方自己相似解は存在しないことを証明した．

3　Coriolis 力付き非圧縮性 Navier-Stokes 方程式に関する研究

Coriolis 力の影響を考慮した非圧縮性 Navier-Stokes 方程式を対象とし，その初期値問題の適切性に関して研究を行った．具体的な研究概要を以下に述べる．

3.1　Coriolis 力に関する一様な時間大域的適切性と非適切性

論文 [D1] においては，Besov 型の関数空間 $\dot{\mathcal{B}}^s_{p,q}(\mathbb{R}^3)$ を導入し，$\dot{\mathcal{B}}^{-1}_{1,2}(\mathbb{R}^3)$ において初期速度場が Coriolis 力に依存せずに十分小さい場合に，時間大域解が存在することを証明した．また，$\dot{\mathcal{B}}^{-1}_{1,q}(\mathbb{R}^3)$ $(2 < q \leqslant \infty)$ における方程式の非適切性を証明し，関数空間 $\dot{\mathcal{B}}^{-1}_{1,2}(\mathbb{R}^3)$ の最適性を得た．

3.2　Coriolis 力による分散効果と時間局所適切性

論文 [D2] においては，Coriolis 力による振動項に対する Strichartz 型評価を導出し，斉次 Sobolev 空間 $\dot{H}^s(\mathbb{R}^3)$ $(s > 1/2)$ の枠組みにおいて，同方程式の時間局所適切性を証明した．更に，その解の局所存在時刻を初期値と回転速度の観点から特徴付けし，回転速度を大きくした際に，解の局所存在時刻もそれに応じて大きく取れることを証明した．