研究成果のまとめ

山盛厚伺

一般に複素領域に対しそのベルグマン核の明示公式を得ることは難しい．従い、明示的にベルグマン核が書き下せる様な領域を見つけることは基本的で重要な問題といえる．実際多くの研究者が今までにこの問題に取り組んでいる．

私の研究の主題の一つは「明示的にベルグマン核を書き下せるような領域を新たに発見すること」である．更にそれら明示公式を種々の問題に応用することにも興味を持っている．とりわけ Lu Qi-Keng 問題への応用に興味を持ってこれまでの研究を行っている．

私のこれまでの研究において考察の対象になっているのは Hartogs 領域である．私は学位論文において「Hartogs 領域の底空間がある条件をみたすときには、その領域のベルグマン核が多重対数関数と呼ばれる関数を用いて表示できること」を証明した．その条件を満たすような具体的な領域として次のものがあることも示した:

$$D_{n,m} = \{(z, \zeta) \in \mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^m ; \|\zeta\|^2 < e^{-\mu\|z\|^2}\} (\mu > 0).$$

得られた結果の応用として、Lu Qi-Keng 問題を領域 $D_{n,m}$ に対し考察した．複素領域 Ω はそのベルグマン核 K が $\Omega \times \Omega$ 上で零点を持たないとき Lu Qi-Keng 領域と呼ばれる．Lu Qi-Keng 問題とは与えられた領域 Ω に対し、それが Lu Qi-Keng 領域か判定せよというものである．私は次の結果を証明することに成功した.

Theorem. *任意に固定された $n \in \mathbb{N}$ に対し n に依存するある数 $m_0(n) \in \mathbb{N}$ が唯一存在し、$D_{n,m}$ が Lu Qi-Keng 領域となるのは $m \geq m_0(n)$ なる m に限る.*

私はさらに Cartan-Hatogos 領域も先に言及した底空間に関するある条件を満たすことを確かめた．ここで Cartan-Hartogs 領域とは次で定義される領域である: $D_N = \{(z, \zeta) \in \Omega \times \mathbb{C}^m ; \|\zeta\|^2 < N(z, z)^\mu\}$, (ただし Ω:既約有界対称領域, N:generic norm)．この領域の Bergman 核の明示公式は W.Yin により既に得られている．しかしながら、W.Yin の公式には多重対数関数は現れない．従い、私の結果は Cartan-Hartogs 領域の Bergman 核の多重対数関数による別表示ということが出来る．L. Zhang と W. Yin(J. Math. Anal. Appl., 2009) は $\{\|z\|^2 + \|\zeta\|^{2s} < 1\}$ なる領域の Lu Qi-Keng 問題についてある結果を得ている．この領域は Cartan-Hartgos 領域の特殊な場合である．私はこの二人による結果を Cartan-Hartogs 領域に対し一般化することにも成功した.