(A). 多元環が tame であるとは,次元の等しい直既約加群の同型類が(有限個を除いて)有限個のパラメータで制御されているものである. Brauer-Thrall の第2 予想より,有限表現型を含んでいることに注意しよう. なお,多元環の表現型は tame と wild の二つに分けられることが知られている(Drozd). Tame 自己入射多元環について,表現次元と関連のある次の予想がある.

予想. tame 自己入射多元環の安定次元は高々1である.

ある仮定の下で、標準的自己入射多元環の安定次元の上限は有限大域次元をもつ多元環の導来次元で与えられることがわかっている[3].この事実を使って、申請者は polynomial growth 標準的自己入射多元環の安定次元は高々 1 となることを示し、上述の予想に対して肯定的な結果を得た、さらに、この事実を wild canonical 型自己入射多元環に適用すると、その安定次元の上限は wild canonical 多元環の導来次元で与えられることがわかる.Canonical 多元環の大域次元は高々 2 である.したがって、第一に、wild canonical 多元環の導来次元は 2 であるか、という問題について考えたい.そして、wild canonical 型自己入射多元環の安定次元を確定する予定である.上述の予想に鑑みて、その自己入射多元環の安定次元は 2 となることを期待している.

(B). Rouquier よると外積代数 $\wedge(k^n)$ は表現次元が n+1, 導来次元が n, 安定次元が n-1 となる.一方,有限表現型自己入射多元環については,Auslander や Chen-Ye-Zhang,Han の結果より,表現次元は 2,導来次元は 1,安定次元は 0 になる.よって自然な疑問が二つ生まれる.

疑問 1. 表現次元と導来次元の差は1以上か?

疑問 2. 導来次元と安定次元の差は1以上か?

Oppermann も指摘しているが、今のところそれらの次元が一致するような自己入射多元環は見つかっていない、よって、この疑問について調べ、低導来次元の自己入射多元環の表現論的性質を知ることが第二の目的である。

手始めに,導来次元が1の自己入射多元環は有限表現型であるか,という自然な問題について考える予定である.その後,すでに安定次元のわかっている自己入射多元環について,その導来次元を調べることとする.

(C). Iwanaga-Gorenstein 多元環において、Cohen-Macaulay(=CM)加群圏はFrobenius 圏であり、その安定圏は三角圏をなす.よって、CM 加群圏は表現論的に重要であろう.その安定圏の次元は安定次元と等しいことに注意すると、Iwanaga-Gorenstein 多元環が有限 CM 表現型であれば、安定次元は0となる.ではその逆は正しいであろうか、という疑問が自然に提起される.したがって、この疑問について考えることを第三の目標としたい.これは申請者の安定次元0の自己入射多元環についての結果の一般化となっている.