今後の研究計画

重み付きグラスマンのコホモロジー

重み付きグラスマンの有理係数コホモロジー環のシューベルト類に関する構造定数を [2] で求めた．重み付きグラスマンのトートロジカル束は複素 orbi-bundle の構造を持つので，その Chern 類で有理係数コホモロジー環が生成されることおよびその関係式の形を [3] の修正版において説明する．今後は，整係数のコホモロジーも調べたい．まず，捩れ元があるかどうかを調べたい．重み付き射影空間の場合は整係数コホモロジーは捩れを持たないが，重み付きグラスマンではどうかを調べる．その上で，環としての生成元やそれらの間の関係式を求めたい．特に Bahri-Franz-Ray による divisive な重み付き射影空間を理解する手法が使えるかどうかも調べたい．

重み付きグラスマンは軌道体であるので，その Chen-Ruan コホモロジーがどのような表示をもつかという問題がある．またシューベルトカルキュラスとの関係も興味深い．例えば，Holm-Matsumura の結果を用いることで，その具体的な計算が実行できると期待される．さらに，将来的には量子軌道体コホモロジーの表示を与え，そのシューベルトカルキュラスとの関係を探るというところまで調べたい．

さらに，[3] の修正版において，シューア多項式の重み付きの類似を改良し，それらがシューア多項式の非負係数和で記述できるものであることを解説する．つまり，この多項式は一般線形群のある表現の指標と思うことができるが，この表現を自然に実現する方法や，その幾何学的な背景を調べたい．

トーリック多様体とルート系

近年，Hessenberg variety という旗多様体の部分代数多様体のコホモロジー環が様々な角度から調べられている．Hessenberg variety の特別な場合として，一般型の旗多様体 G/B の運動量多面体に対応するトーリック多様体がある．そのコホモロジーは Weyl 群の表現を持ち，この表現は Stembridge らによって調べられている．旗多様体のシューベルトセルとの交叉は再び偶数次元のセルになり，対応する基底をコホモロジーに与える．このように幾何的に構成した基底に関するコホモロジー環の構造定数の記述を求めるのは自然な問題である．構造定数はトーリック多様体の交叉理論から計算可能であるが，ルート系の言葉で自然に記述する公式があるかどうか調べたい．

また，旗多様体の運動量対面体から moment angle manifold が定まるが，その Betti number や bigraded Betti number がルート系のデータでどのようにに記述できるかどうか調べたい．他の幾何的，位相的な量とルート系の関係も調べていきたい．さらに，Weyl 群がコホモロジーに作用するので，この表現がどのようなものであるかも興味深い．