研究業績

1 低次元実リー群上の左不変平坦な射影構造・アファイン構造の存在・非存在問題

射影構造 $[\nabla]$ とは線形接続 ∇ の射影同値類であり，測地線の形を抽出した幾何構造である．射影構造が平坦とは捩れのない平坦な線形接続と局所的に射影同値なときを言う．又多様体への群の作用が射影構造を保つとき不変であると言う．不変平坦な射影構造をもつ等質空間とは，射影空間に（微分幾何的に）近い等質空間である．このような等質空間の分類がここでの問題であり，[1] においては５次元以下の実リー群に対し，不変平坦な射影構造とアファイン構造の存在・非存在を決定した．

2 複素リー群上の不変平坦な複素射影構造と概均質ベクトル空間

複素等質空間上の不変平坦な複素射影構造は概均質ベクトル空間の微分と対応することを示した．[2] ではこの対応と佐藤、木村両氏による被約な既約概均質ベクトル空間の分類理論を用いて，既約で左不変平坦な複素射影構造を許容する複素リー群の分類を行った．左不変平坦な実射影構造を許容する実単純リー群が阿賀岡、浦川、Elduque 氏らにより分類されている．これに対し左不変で平坦な実射影構造に関しても，裏返し変換を用いることでこれを許容する無限個の単純でない半単純実リー群からなる系列を得ることができた．

3 射影構造の裏返し変換

捩れのない射影構造 $[\nabla]$ をもつ多様体 M に対し，その射影枠束 $\widetilde{M}$ 上にある射影構造 $[\widetilde{\nabla}]$ を構成した．このとき $\widetilde{M}$ の各ファイバーは全測地的部分多様でありかつ平坦な射影構造が誘導される．一般に $[\widetilde{\nabla}]$ の捩率は消えず，$[\nabla]$ のワイル射影曲率テンソルにより与えられる．また $[\nabla]$ が射影平坦であることは $[\widetilde{\nabla}]$ が射影平坦であることと同値となる．この変換 $(M, [\nabla]) \leftrightarrow (\widetilde{M}, [\widetilde{\nabla}])$ は概均質ベクトル空間のある裏返し変換の微分幾何学における一般化である．

特に論文 [3] において多様体上での平坦な射影構造及びグラスマン構造の存在非存在問題を考えた。特に与えられた平坦なグラスマン構造を持つ多様体から裏返し変換を続けて行うことで得られる平坦な射影構造の系列を構成した。それぞれの平坦な射影構造を持つ多様体は M 上の構造群が $\prod_{i=1}^{j} PL(k_i)$ の主ファイバー束である。更にはそのような構造群があるグラスマン型の方程式の解と対応することが示される。また上述の系列において構成される底空間の関係を記述した。