

接触位相幾何学について、とくに低次元の場合における豊富な経験を必要とする次の三つの主題について研究し、それぞれ成果を得たい。

i) (概) 接触位相幾何学の本質的 3 次元性：3 次元の接触位相幾何学を生き生きとさせてきたのは、tight 性と過旋性への二分法 (dichotomy) であった。本田公氏は tight な接触構造が、三角圏の亜種であるような特殊な圏の射とみなし得ることを指摘した。ここで三角形の辺となっているのが bypass である。私は既に bypass の高次元での string 的類事物を得ており、それは 3 次元の bypass を上手く太らせたものになっている。これを利用して上記の二分法の高次元化に関わる論文を現在執筆中である。ところで Martínez Torres は、leafwise symplectic 形式が多様体の閉 2-形式の各葉への制限となっている場合に、leafwise symplectic 葉層は taut 葉層を持つ 3 次元部分多様体を持ち、実はこの 3 次元 taut 葉層を葉の方向に太らせただけのものであることを示した。概接触構造のうちとくに confoliation について、私は 3 次元への縮退があり得るのではないかと考えている。

ii) 接触埋め込みと特異点論：Martínez Torres は私の結果を拡張し、与えられた $(2n + 1)$ 次元閉接触多様体 M^{2n+1} から $(4n + 1)$ 次元球面 $S^{4n+1} \subset \mathbb{C}^{2n+1}$ への接触はめ込みであって、 S^{4n+1} 上の自明な open-book を M^{2n+1} 上の symplectic open-book に引き戻すものを構成した。こうしたはめ込みは spinning と呼ばれる。埋め込まれた接触 spinning は閉組み紐の拡張とすることができる。この観点から複素特異点、とくに曲面特異点について研究したい。Milnor 束が専ら引き戻された open-book の monodromy を見るのに対して、むしろ接触多様体 $M^{2n+1} \subset S^{4n+1}$ (あるいは S^{4n+3}) の埋め込み型を問題にしようというわけである。

iii) Legendre 部分多様体による葉層部分多様体： $(4n + 3)$ 次元の接触多様体の Legendre 部分多様体 L は $(2n + 1)$ 次元である。このとき余接束 T^*L の零断面の近傍もまた埋め込まれているので、 L が接触構造を持つとすれば、 L を摂動するだけで接触部分多様体 L' が得られる。(従って L は L' の接触幾何学的性質を統制できない。) 他方、 $(4n + 1)$ 次元の接触多様体の Legendre 部分多様体の 1 次元族の中には、葉層をなし、それに収束する接触構造の族を統制しているものが実際にある。この現象を最初に発見したのが Bennequin である。私の結果のほとんどは何かしらこの現象と結びついているので、更に追求していきたい。