これからの研究計画

岡崎真也

研究成果でも述べたが、現在レンズ空間の橋種数と組紐種数を計算している。既に得られた結果では $\frac{p}{q}$ の偶数による連分数展開の長さが 1 であるときレンズ空間 $L(p,q)$ の橋種数と組紐種数が 3 になっていて $\frac{p}{q}$ の偶数による連分数展開の長さが 2 であるとき $L(p,q)$ の橋種数と組紐種数が 4 になっている。

$\frac{p}{q}$ の偶数による連分数展開の長さが n である必要十分条件が $L(p,q)$ の橋種数と組紐種数が $n+2$ であるのかどうかに興味がある。p が偶数の時小さい方から順に $L(2,1)$, $L(4,1)=L(4,3)$, $L(6,1)=L(6,5)$, $L(8,1)=L(8,7)$ の橋種数と組紐種数は 3 になる。次に考えたいのは $L(8,3)$ である。$\frac{8}{3}$ の偶数による連分数展開の長さは 3 であり、橋種数と組紐種数が 5 になることが期待される。

そして現在 $L(8,3)$ の橋種数と組紐種数が 4 か 5 となることまでは分かっている。これが 5 となることを証明したい。Rohlin 不変量を使えば 4 でないことを証明できるのではとのアドバイスを頂いているので取り組みたい。またこの証明の議論から $\frac{p}{q}$ の偶数による連分数展開の長さが 3 であるレンズ空間の橋種数と組紐種数が 5 であることを示せるのではと期待している。

また任意の向き付け可能な連結閉 3 次元多様体 M が 3 次元球面 S^3 からある絡み目 L により 0 手術することにより得られることが知られているが、これに各成分が自明な結び目になっているという条件を加えても構わない。この条件のもとで M が何成分の絡み目から得られるかということに興味がある。成分数の最小値を考えればこれは M の不変量となっており橋種数や組紐種数よりもシンプルな不変量になっているように思える。

また私はハンドルボディ結び目に興味を持っている。ハンドルボディの境界上の単純閉曲線を考えるとこれは S^3 の中では結び目となっている。一般にはこのような単純閉曲線はひとつのハンドルボディ結び目に対して無限に存在するが、これらの中から特徴的なものを拾いあげてハンドルボディ結び目の分類に応用できないかを考察したい。