

これまでの研究成果のまとめ

大田 武志

ランク 2 の閉コンフォーマル・キリング・矢野・テンソルが存在する時空の性質を調べた。そのようなテンソルの固有値が、縮退していない場合は、Chen-Lü-Pope によって構成された D -次元の Kerr-NUT-de Sitter 空間だけであることを示した (業績目録の論文 [21])。固有値が縮退している一般の場合に考察を拡張し、ランク 2 の閉コンフォーマル・キリング・矢野・テンソルを持つ場合の計量の一般形を決定することができた。得られた計量は、Kerr-NUT-de Sitter 空間を一般化したものとなっている。複数個の Kähler 空間と、たかだか 1 個の一般の空間を底空間とし、Kerr-NUT-de Sitter 空間をファイバーとするファイバー束上の計量としてその具体形が与えられている。その計量が Einstein 計量となる条件も完全に決定することができた ([24,25])。

一般の高次元の Kerr-NUT-de Sitter 時空での Dirac 方程式は、常微分方程式系に変数分離することを示した ([22])。

一般化された Kerr-NUT-de Sitter 時空において、計量のテンソルモードによる線形摂動を、ある特別な条件下で行うと、線形化された Einstein 方程式 (Lichnerowicz 方程式) は、常微分方程式系に変数分離できることを示した ([26])。この常微分方程式系には、基底空間の複素射影空間 CP^n 上のゲージ化された Lichnerowicz 演算子の固有値の情報が必要である。2 階のテンソルに対する固有値の形は推測されていたが、その値の範囲が決定されていなかった。 CP^n 上のゲージ化された Lichnerowicz 演算子の固有値とその多重度を、2 階のテンソルの場合に限らず、任意の高階テンソルの場合に完全に決定することができた ([32])。

2 次元共形場理論と 4 次元共形場理論のあいだに関連があるだろうという昔からの予想について、最近、Alday-Gaiotto-立川の 3 人によって、AGT 予想という形で新しい光が当てられた。この発展に基づいて、クイバー行列模型の β -変形を考察した。 $SU(n)$ 型のクイバー模型の場合に量子スペクトル曲線を導入した。多重 log 型ポテンシャルを持つ行列模型のスペクトル曲線と、 $SU(n)$ ゲージ理論で $2n$ 個のフレーバーをもつ理論の Seiberg-Witten 曲線との比較を行った。その結果、行列模型側のパラメータと、ゲージ理論側の質量パラメータとの間の対応を見出すことができた。さらに 2 つの曲線が同型であることを明確にしめした ([27])。

2 次元共形場理論のコンフォーマルブロックの Dotsenko-Fateev 多重積分は、 β 変形した行列模型のなかの Selberg 型のもので解釈できるということを見出した。われわれは Jack 対称多項式に付随した積分公式を用いることにより、 q -展開係数を計算する手法を確立した。この手法を適用することにより、 β 変形した行列模型が、2 次元共形場理論のコンフォーマルブロックと 4 次元 $\mathcal{N} = 2$ 超対称 $SU(2)$ ゲージ理論のフレーバーの数が $N_f = 4$ の場合の Nekrasov 分配関数の母関数として利用できることを示した ([28])。

Selberg 型 β 変形行列模型において、対応する Nekrasov 分配関数が $SU(2)$ ゲージ理論のフレーバー数が $N_f = 4$ のものから $N_f = 3$ 、そして $N_f = 2$ となるようなスケーリング極限を考察した ([29])。

アフィン $A_n^{(1)}$ リー代数に基づく β 変形クイバー行列模型を導入し、その Virasoro 拘束条件を求め、 $n = 1, 2$ の場合により具体的にループ方程式を決定した ([30])。