

現在までの研究経過

田中清喜

私は Bergman 空間論についての研究を行っている. 定義域 Ω 上の Bergman 空間 $L_a^p(\Omega)$ 及び調和 Bergman 空間 $h^p(\Omega)$ は正則関数もしくは調和関数であり, かつルベーグ p 乗可積分である関数全体の成す空間である. $p = 2$ のとき, Bergman 空間 (resp. 調和 Bergman 空間) は再生核 Hilbert 空間であることが知られており, その再生核は Bergman kernel (resp. harmonic Bergman kernel) と呼ばれる. 特に Bergman 空間の定義域が球であるとき, Bergman kernel は具体的に知られている. Berger, Coburn, Zhu は定義域が球である Bergman 空間上において Toeplitz 作用素, Hankel 作用などの作用素に関する研究を進めた.

一方で, 一般の領域に対しては再生核の具体的な表示は得られない. しかし, C. Fefferman は滑らかな境界を持つ pseudo-convex domain 上の Bergman kernel の境界挙動を解析した. “どのような性質を持つ領域を考えた際に Bergman kernel (resp. harmonic Bergman kernel) の挙動, Bergman 空間上の作用素等を調べることができるか” は興味深い問題である.

私は特に滑らかな有界領域上の調和 Bergman 空間について特に作用素論的考察を試みた. 近年, H. Kang, H. Koo によって harmonic Bergman kernel の評価が与えられたことに触発され研究を進め以下の成果を得た.

1. アトム分解定理

R. Coifman, R. Rochberg は定義域が球である Bergman 関数に対して, 正規化した harmonic Bergman kernel を用いた級数表示を与えた. この表示はアトム分解と呼ばれる. 私は H. Kang, H. Koo による harmonic Bergman kernel の評価を用いて $p > 1$ の場合に滑らかな有界領域上の調和 Bergman 関数に対してアトム分解定理を与えた (業績リスト [1]).

2. Modified harmonic Bergman kernel

応募者は, harmonic Bergman kernel の代わりに B. R. Choe, H. Koo, H. Yi によって構成された modified harmonic Bergman kernel を用いて $p = 1$ のときの調和 Bergman 関数の級数表示を与えた. また $b^1(\Omega)$ の双対空間と同一視される調和 Bloch 空間に対しても同様の表示定理を得た (業績リスト [2]).

応用として Toeplitz operator について考察した. B. R. Choe, Y. Lee, K. Na によって Toeplitz 作用素が有界, コンパクト, Schatten 族に属するための特徴付けが与えられていたが, その結果を拡張することに成功した.