

研究計画

Lieb-Liniger模型とその拡張の厳密解の解析

Lieb-Liniger模型は1963年に提案された多体量子模型である[1]。円周上のN個のBosonが δ 関数型ポテンシャルで相互作用するというシンプルな模型で、LiebとLiniger自身によって厳密解が得られている[1]。BosonをAnyonに拡張したり[2]、円周ではなく線分上の模型に変更したり[3]、様々な拡張が試みられ厳密解が得られている。また、第二量子化された（ポテンシャル項のない）Gross-Pitaevskii方程式と等価であることが知られており、数理物理学の対象として多くの研究がなされてきた[4]。近年では、Gross-Pitaevskii方程式のソリトンと対応するLieb-Liniger模型の状態の重ね合わせが求められている[5]

研究成果にあるように、2012年度はLieb-Liniger模型の研究で成果を出したので、2013年度も更なる研究の続行を計画している。

(1)Lieb-Liniger模型の拡張のホロノミーとその解釈について

デルタ関数は点状相互作用のほんの一例でしかなく[6]、デルタ関数以外の点状相互作用を持つLieb-Liniger模型の変形を考えることができる。また、無数の可解なLieb-Liniger模型の拡張も知られている。

このようなLieb-Liniger模型の拡張のホロノミーの性質を特定し、点状相互作用のパラメーター空間の幾何的性質との関連性について明らかにすることを計画している。

(2)Lieb-Liniger模型の拡張と変形されたGross-Pitaevskii方程式

Lieb-Liniger模型と第二量子化されたGross-Pitaevskii方程式が等価であるように、Lieb-Liniger模型の拡張と等価な第二量子化された理論があるはずであり、それを突き止めることを計画している。

(3)弱結合領域での近似エネルギーの表式

我々は、既に弱引力領域の一部の状態を除いた近似エネルギー固有値を算出しているが[6]、適応領域を弱結合領域まで拡張可能な、すべての固有状態の近似エネルギー固有値を算出することを計画している。また、Lieb-Liniger模型の拡張のエネルギー固有値を算出することも企図している。

参考文献

[1] E. H. Lieb, W. Liniger, Phys. Rev. **130** (1963) 1605.

[2] A. Kundu, Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 1275.

[3] M. Batchelor, X.W. Guan, N. Oelkers, C. Lee, J. Phys. **A 38** (2005) 7787.

[4] V. Korepin, N. Bogoliubov, A. Izergin, “*Quantum Inverse Scattering Method and Correlation Functions*”, Cambridge, (1993).

[5] J. Sato, R. Kanamoto, E. Kaminish, T. Deguchi, Phys. Rev. Lett. **108** (2012) 5.

[6] I. Tsutsui, T. Fülöp, Int. Journ. Quant. Inf. **1** (2003) 543.

[7] T. Ichikawa, I. Tsutsui, N. Yonezawa, Phys. Rev. A **86** (2012) 015602.