今後の研究計画

Springer 多様体のシューベルトカルキュラス

Springer 多様体は（一般型）旗多様体の代数的部分多様体として定義され，幾何学的表現論の舞台として知られる．Springer 多様体のコホモロジーの環としての構造は，大阪市立大学の谷崎俊之氏により明らかにされている．我々は Springer 多様体のコホモロジー環の理解として，旗多様体のシューベルト類（のいくつか）を制限し，それら同士の積の展開係数を読み取る形で理解すること目指す．前述の通り，コホモロジー環の関係式はよく分かっているので，まずはどのシューベルト類の制限が基底を成すかを調べる．その後それらの間の積の展開係数を計算する．特に，旗多様体の場合によく理解されている次数 2 のクラスを書けたときの展開係数がどうなるかを調べたい．本研究は大阪市立大学の堀口達也氏との共同研究である．

重み付きグラスマンの Chen-Ruan コホモロジー

KAIST の松村朝雄氏との共同研究により，重み付きグラスマンの有理係数コホモロジー環のシューベルト類に関する構造定数を [2] で求めた．また，トートロジカル束の Chern 類を生成元に持つ多項式環の商環としての表示も [3] の修正版において説明する．重み付きグラスマンは軌道体であるので，その Chen-Ruan コホモロジーがどのような表示をもつかという問題がある．またシューベルトカルキュラスとの関係も興味深い．例えば，Holm-Matsumura の結果を用いることで，その具体的な計算が実行できると期待される．さらに，将来的には量子軌道体コホモロジーの表示を与え，そのシューベルトカルキュラスとの関係を探るというところまで調べたい．

トーリック多様体とルート系

近年，Hessenberg variety という旗多様体の部分代数多様体のコホモロジー環が様々な角度から調べられている．Hessenberg variety の特別な場合として，一般型の旗多様体 G/B の運動量多面体に対応するトーリック多様体がある．そのコホモロジーは Weyl 群の表現を持ち，この表現は Stembridge らによって調べられている．旗多様体のシューベルトセルとの交叉は再び偶数次元のセルになり，対応する基底をコホモロジーに与える．このように幾何的に構成した基底に関するコホモロジー環の構造定数の記述を求めるのは自然な問題である．構造定数はトーリック多様体の交叉理論から計算可能であるが，ルート系の言葉で自然に記述する公式があるかどうか調べたい．

また，旗多様体の運動量対面体から moment angle manifold が定まるが，その Betti number や bigraded Betti number がルート系のデータでどのようにに記述できるかどうか調べたい．他の幾何的，位相的な量とルート系の関係も調べていきたい．さらに，Weyl 群がコホモロジーに作用するので，この表現がどのようなものであるかも興味深い．