これまでの研究成果

私は対称性をもつ空間に興味を持って研究しています。特に、シンプレクティック多様体（または軌道体）へのハミルトン的トーラス作用の幾何学・トポロジーとその組み合わせ論との関係を調べています。これまで、以下のような研究結果を得ています。

運動量写像の凸性定理の拡張

コンパクトで連結なシンプレクティック多様体 M にハミルトン的トーラス作用があるとき，その運動量写像の像が凸多面体になることを Atiyah と Guillemin-Sternberg らが 1982 年にそれぞれ独立に証明した．この多面体の組み合わせ論的な情報は M の同変的なトポロジーをよく反映していることが知られている．この定理は 1984 年に Kirwan によってコンパクト連結リー群によるハミルトン作用の場合に一般化された．私は，Kirwan とは異なる形で，空間が 3 つのハミルトン的トーラス作用を持つ場合に，ある仮定の下で凸性定理の一般化を与えた（論文リスト [1]）．トーラス作用を複数個考えるというのは，Agrotis-Damianou-Sophocleous による戸田格子の可積分構造の記述からアイデアを得た．もともとの凸性定理は Delzant によるシンプレクティックトーリック多様体の分類を導いたが，本研究で得られた凸性定理を用いた分類は今後の課題である．

重み付きグラスマンのシューベルトカルキュラス

本研究は KAIST（韓国）の松村朝雄氏との共同研究である．シューベルトカルキュラスは，歴史的にはシューベルトによるある条件を満たす直線の数え上げの問題に端を発し，現代的な言葉ではグラスマン多様体のコホモロジー環のシューベルト類に関する構造定数を求めるという問題として述べることができる．この構造定数は非常に謎めいた数で，幾何やトポロジーだけでなく，表現論や組み合わせ論と結びついていて，グラスマン多様体のコホモロジーを通じて様々な数学が混ざり合っていることが見て取れる．本研究（論文リスト [2]）では，重み付きグラスマンという軌道体でのシューベルトカルキュラスを展開した．特に，重み付きグラスマンの有理係数コホモロジーにシューベルト類を定義し，その構造定数を調べた．重み付きグラスマンは自然なトーラス作用を持つので，我々はまずトーラス同変コホモロジーでの同様な構造定数を計算し，その系として上記の構造定数の公式を得た．この公式はグラスマン多様体の同変コホモロジーでの構造定を用いて記述することができる．

グラスマン多様体のシューベルト類はシューア関数によって普遍的に記述されることが知られている．我々は重み付きグラスマンのシューベルト類に対応するシューア関数の類似を与え，その諸性質を調べた（論文リスト [4]）．グラスマン多様体の場合のように，これらの多項式たちは重み付きグラスマンのシューベルトカルキュラスを普遍的に支配するものであり，この多項式を調べることで重み付きグラスマンのシューベルトカルキュラスの理解が深まると期待される．例えば、シューア多項式は一般線形群の規約指標であり、我々の導入した多項式と一般線形群の表現論との関係が興味深いが、それは今後の研究で明らかにしていきたい．