今後の研究計画

安部哲哉

1．スライス・リボン予想の解決 -写像類群の観点から-

これまでの研究成果で述べたように、私は、プレプリント [1] においてスライス・リボン予想の反例候補を構成した。一方、私は**スライス・リボン予想が正しい**と信じているので、構成した反例候補は全て反例でないこと、つまり、

アニュラスツイストの構成で得られたスライス結び目 K は全てリボン結び目である

という主張を示す。具体的には、以下の手順で示す。

- K がファイバーの場合 [1]

この場合、K がリボン結び目か否かは、

K に付随するモノドロミーがハンドル体の写像類群の元に拡張されるかどうか

と同値であることが期待されている（論文 [CD] 参照）。私は、

(1) アニュラスツイストが、対応するハンドル体の写像類群の元をどのように変化させるのかを詳細に記述する。次に

(2) ハンドル体の写像類群の元の情報を、カービー計算を用いて４次元多様体の情報に翻訳する。そして

(3) この４次元多様体を調べることにより、K がリボン結び目であることを示す。

- K がファイバーでない場合

任意の結び目の補空間は、ある被覆をとれば S^1 上の曲面束になる。この性質を用いて、議論を K がファイバーの場合に帰着させ、K がリボン結び目であることを示す。

以上で培った技術を用いて、スライス・リボン予想を肯定的に解決する。

2．アニュラスツイストを用いたレフシェッツ束の構成

レフシェッツ束は、可微分４次元多様体上の付加構造の一つである。レフシェッツ束がどの程度、可微分４次元多様体を決定するのか [2] は、基本的な問題である。

近年、Park と Yun は、複数のレフシェッツ束の構造を持つ４次元多様体を構成した。特に、2011 年に彼らは、金信結び目を用いて上述の性質を持つレフシェッツ束を構成した。キーとなったのは、金信結び目があるファイバー結び目から２回の「ストーリングス捻り」と呼ばれる操作で構成されていた事である。

私は、以下の手順で相異なる無限個のレフシェッツ束の構造を許容する４次元多様体を構成する。

(1) 結び目の無限系列で、あるファイバー結び目から２回の「ストーリングス捻り」で得られているもの & １回のアニュラスツイストで得られるものを構成する。

(2) Park と Yun の構成を用いて、それぞれの結び目からレフシェッツ束を構成する。

(3) それぞれのレフシェッツ束が（可微分多様体として）微分同相であることを証明する。

(4) カンドル理論由来の不変量を用いて、レフシェッツ束が相異なることを証明する。

参考文献 [CG] A. Casson and C. Gordon, *A loop theorem for duality spaces and fibred ribbon knots*, Invent. math (1983).

[1] つまり K の補空間が S^1 上の曲面束になっている場合。

[2] 可微分４次元多様体を固定したときに、いくつレフシェッツ束の構造が入るのか？という問題。