研究計画

1. <u>Kähler 多様体内の等質ラグランジュ部分多様体の分類とハミルトン安定性</u>

   Kähler 多様体内の等質ラグランジュ部分多様体の分類問題はシンプレクティック幾何学, 微分幾何学の両者の立場からして, 興味深く重要な問題である. 例えば, コンパクト等質ラグランジュ部分多様体は必然的にハミルトン極小 (H-極小) であり, そのハミルトン安定性は, 調和解析を用いて詳しく調べられる. 最近, モーメント写像を用いて, Bedulli-Gori らが複素射影空間 $\mathbb{C}P^n$ 内の, Ma-Ohnita らが複素二次超曲面 $\mathbb{Q}_n(\mathbb{C})$ 内のコンパクト等質ラグランジュ部分多様体を分類し, Ma-Ohnita らはさらにそのハミルトン安定性を決定した. $\mathbb{C}P^n$ に埋め込まれた極小ラグランジュ部分多様体は常にハミルトン安定か?という Oh や Ohnita の問題を考える上でも, Bedulli-Gori らの分類をもとに, それらのハミルトン安定性を決定することは重要であると考えている.

   一方, ユークリッド空間 $\mathbb{R}^n$ 内の, 等質な極小部分多様体は全測地的 (すなわち, アファイン平面) に限ることが知られている [Di Scala 2002]. また, 平行な平均曲率ベクトルを持つ等質部分多様体は本質的に, 球面内に含まれることが知られている [Olmos 1994]. Olmos の結果を H-極小の場合に考えることは, $\mathbb{C}^n$ 内の H-極小ラグランジュ部分多様体を分類する上で重要であると考えている. 実際, C-space の法束を考えることにより, 余等質性が 1 以上の H-極小ラグランジュ部分多様体が存在することが分かっている.

   また, 既に得た $\mathbb{C}^n$ 内の H-極小ラグランジュ部分多様体の法束による構成方法において, コンパクト半単純 Lie 群の特異軌道 (あるいは, 一般化された旗多様体) の法束の H-極小性や, C-space の法束のハミルトン安定性, マスロフ類を調べたい.

2. <u>タイトなラグランジュ部分多様体の分類問題</u>

   Kähler 多様体 M 内のラグランジュ部分多様体 L が (大域的に) タイトとは, L と gL が横断的に交わる等長変換群の任意の元 g に対し, $\#L \cap gL = SB(L, \mathbb{Z}_2)$ となることを言う. ここで, $SB(L, \mathbb{Z}_2)$ は L のベッチ数の和を表す. Y. G. Oh は複素射影空間 $\mathbb{C}P^n$ 内で (大域的) タイトな埋め込まれた閉ラグランジュ部分多様体は全測地的な実射影空間 $\mathbb{R}P^n$ に限ることを示し, より一般にコンパクト型 Herimite 対称空間内のタイトラグランジュ部分多様体の分類問題を提起した. 例えば, 田中-田崎の結果により, コンパクト型 Hermite 対称空間内の実形はタイトラグランジュ部分多様体になることが知られている. また, Gorodski-Podesta の一般化により, 一般化された旗多様体内のタイトラグランジュ部分多様体は, 旗多様体のユークリッド空間内への随伴表現による標準的な埋め込みを介して, ユークリッド空間内への tight または taut な immersion と密接に関係していることが分かる. tight immersion に関する Kuiper らの理論を用いることにより, タイトラグランジュ部分多様体の分類を目指したい.