2014 年度の研究計画

等質空間上の不変平坦な射影構造の存在・非存在問題について研究する。等質空間 G/H が不変平坦な射影構造をもてば、G のリー環は無限小概均質ベクトル空間と同一の条件をみたす線形表現をもち、又逆も成り立つ。

具体的には次のようなことに取り組む.

(1) 6, 7 次元複素リー群上の平坦な複素アファイン構造・射影構造の存在・非存在を決定する．6 次元以上のリー環の族の種類はとても多いのでリー環がなす代数多様体の既約分解について考える．7 次元までの複素リー環の既約成分が R.Carles, Y.Diakite により決定されているので，その結果を参照し各既約成分ごとに幾何構造の存在・非存在を決定する．まずは既約成分の代表元について調べ，その後代表元が退化して得られるリー環について調べる．リー環の退化について，表上高志氏が sl(2) からユークリッド代数 e(2) への表現の退化について考察した．私は一般にリー環 g が他のリー環 g ’に退化した際, g が平坦な射影構造を許容すれば g ’も再び許容すると考えるのでそれを示す．このような枠組みで 6 次元と 7 次元の分類を行う.

(2) 等質空間上の不変で射影平坦又は平坦なアファイン接続のなすモジュライについて考える．田丸博氏・橋永貴弘氏の研究で可解リー群上の左不変計量のモジュライを考え, 特に 3 次元について solsoliton 計量のモジュライ空間における部分多様体論的特徴づけを与えている．私の問題の場合モジュライとして 2 つの可能性がある．一つはリー群上の左不変な線形接続全体をモジュライとする考えで，もう一つはリー環の表現全体をモジュライとする考えである．どちらのモジュライが幾何構造の存在・非存在に対し有意義な情報を与えるかについて検討したい．この研究はまだ定式化も不十分で未知な部分が多く，とても興味深い.

(3) 不変平坦な射影構造を許容する特殊線形群の積を決定する．例えば SL(2) × SL(2) は既に不変平坦な射影構造を許容しないことを証明した．この後阿賀岡氏はシューア関数を用いた別証明を行った．その手法を用いて SL(3) × SL(3) もまた不変平坦な射影構造を許容しないことが計算機を併用することで示される．更に SL(n) × SL(n) は不変平坦な射影構造を許容しないことを予想している．また他の特殊線形群の組み合わせについても考える.