これまでの研究内容 真瀬真樹子

(1) Bimodular 特異点と $K3$ 曲面について

2つのパラメータを持つ特異点 (bimodular 特異点) が存在することが Arnold による分類で知られている. Ebeling-Ploog は bimodular 特異点の間に次の様な strange duality が存在することを調べた. Bimodular 特異点 $B = (f, 0)$ と $\hat{B} = (\hat{f}, 0)$ それぞれの定義多項式 $f = \sum_{i=1}^{3} c_i x_1^{a_{i1}} x_2^{a_{i2}} x_3^{a_{i3}}, \hat{f} = \sum_{i=1}^{3} \hat{k}_i x_1^{\hat{a}_{i1}} x_2^{\hat{a}_{i2}} x_3^{\hat{a}_{i3}}$ に付随させて行列 $\mathcal{A} = (a_{ij})$ and $\hat{\mathcal{A}} = (\hat{a}_{ij})$ を定義する. 特異点 B と $\hat{B}$ が strange dual であるとは行列 $\mathcal{A}$ と $\hat{\mathcal{A}}$ が互いに転置行列になることをいう.

Bimodular 特異点は重み付き射影空間の反標準因子にコンパクト化され, そのうちの幾つかは重み付き $K3$ 曲面になることが知られている. ここで, $F = 0$ (resp. $\hat{F} = 0$) に作用する有限群 G (resp. $\hat{G}$) をとる. $\Delta_{(F,G)}$ (resp. $\Delta_{(\hat{F},\hat{G})}$) を G- (resp. $\hat{G}$-) 不変多項式の Newton 多面体とする. このとき次の問題を設定した: 多面体 $\Delta_{(F,G)}$ (resp. $\Delta_{(\hat{F},\hat{G})}$) を含む反射的多面体 Δ, Δ' であって, Δ と, Δ' の極双対 Δ'^* が格子の同型を除いて一致するようなものは存在するか?

次の解答を得た:

Theorem 1 $(F, 0)$ と $(\hat{F}, 0)$ を strange dual な bimodular 特異点のペアの コンパクト化とする.
(1) 反射的多面体 Δ, Δ' と格子の同型 ϕ が存在し, $\Delta_{(F,\{id\})} \subset \Delta$, $\Delta_{(\hat{F},\{id\})} \subset \Delta'$ 及び $\phi(\Delta) = \Delta'^*$ をみたす.
(2)(with K.Ueda) 反射的多面体 Δ, Δ' と格子の同型 ϕ が存在し, $\Delta_{(F,G)} \subset \Delta$, $\Delta_{(\hat{F},\hat{G})} \subset \Delta'$ 及び $\phi(\Delta) = \Delta'^*$ をみたす. ただし G, $\hat{G}$ は行列 A, $\hat{A}$ から決まる群である.

(2) Singular $K3$ 曲面上の楕円ファイバー構造について

X を $K3$ 曲面とする. X の Picard 格子 $\mathrm{Pic}(X)$ が双曲格子 U を含むとき, またその時に限って X は楕円ファイバーの構造を持つことが知られている. 一般に楕円 $K3$ 曲面の特異ファイバーを決定することは容易ではない. しかし singular $K3$ 曲面に対しては格子理論を用いて楕円 $K3$ 曲面の特異ファイバーを調べることが可能である. ここでは超越格子が $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$ であるような singular $K3$ 曲面 X に関して次の結果を得た:

Theorem 2 $K3$ 曲面 X は 51 種類の特異ファイバーを持つ. 幾つかの特異ファイバーに対しては, Mordell-Weil 格子を得た.