これまでの研究成果

岡崎真也

n 個の円周 $S^1 \cup S^1 \cup \cdots \cup S^1$ の S^3 への埋め込みを絡み目という。S^3 から絡み目の環状近傍を取り除きソリッドトーラスをソリッドトーラスの境界のメリディアンが環状近傍の境界のプリファードロンジチュードにうつるように埋め戻すと 3 次元閉多様体が得られる。この操作を S^3 の絡み目に沿った 0 手術という。任意の向き付け可能な連結 3 次元閉多様体は S^3 内のある絡み目からそれに沿った 0 手術により得られることが知られている。

任意の向き付け可能な連結 3 次元閉多様体に対して、0 手術によりそれが得られる絡み目は無限に存在する。河内により任意の向き付け可能な連結 3 次元閉多様体 M に対して、次の 2 つの不変量が定義されている。0 手術により M が得られるあらゆる絡み目の中で橋指数が最小となるものを選び、その橋指数を M の橋種数と呼び $g_{\mathrm{bridge}}(M)$ で表す。また 0 手術により M が得られるあらゆる絡み目の中で組紐指数が最小となるものを選び、その組紐指数を M の組紐種数と呼び $g_{\mathrm{braid}}(M)$ で表す。

$p \leq 10$ であるようなレンズ空間 $L(p,q)$ に対して次のように橋種数と組紐種数のテーブルが得られた。

$L(p,q)$	g_{bridge}	g_{braid}
$L(2,1)$	3	3
$L(3,1) = L(3,2)$	4	4
$L(4,1) = L(4,3)$	3	3
$L(5,1) = L(5,4)$	6	6
$L(5,2) = L(5,3)$	4	4
$L(6,1) = L(6,5)$	3	3
$L(7,1) = L(7,6)$	8	8
$L(7,2) = L(7,3) = L(7,4) = L(7,5)$	4	4
$L(8,1) = L(8,7)$	3	3
$L(8,3) = L(8,5)$	5	5
$L(9,1) = L(9,8)$	10	10
$L(9,2) = L(9,4) = L(9,5) = L(9,7)$	4	4
$L(10,1) = L(10,9)$	3	3
$L(10,3) = L(10,7)$	5	5