今後の研究計画

大田武志

2010 年に、糸山・大田は、Selberg 型 β-変形行列模型というものを導入しました。これは、行列のサイズを N としたときに、有限で任意の N において、計算可能という著しい性質をもつ模型です。この計算には、Jack 対称多項式とその性質が重要な役割を果たしています。ここのところ、糸山・大田・吉岡は、Selberg 型行列模型とそれに関連したゲージ理論/共形場理論対応について研究しています。ひきつづいて、その研究を行う予定です。

昨年は、4 次元から「q-もちあげ」した 5 次元のゲージ理論と q-変形した Virasoro 対称性/W 対称性をもつ 2 次元の共形場理論との対応と、関連した q-積分による「行列模型」を考察しました。q-もちあげされたゲージ理論においては、5 次元方向が S^1 にコンパクト化されていて、コンパクト化の半径が $\log q$ に比例しています。q を 1 にする極限で、通常の 4 次元ゲージ理論/2 次元共形場理論/0 次元行列模型対応となります。われわれは、q を 1 にする極限の代わりに、r-次の 1 のべき根にする極限を考えることにより、A_{r-1} 型 ALE 空間上の 4 次元ゲージ理論と、2 次元の超対称性やそれを一般化した対称性を持つ共形場理論の間の対応を、統一的に理解できることを議論しました。まず、このべき根極限についてより詳しい解析を行います。

また、ダブルアフィンヘッケ代数がこのゲージ理論/共形場理論対応において、重要な役割を果たしているという示唆がなされているので、Cherednik 代数と Selberg 型行列模型との関わりを探っていきたい。さらに、(非退化)Cherednik 代数のパラメータを 1 のべき根にする極限を考察すると、面白い結果が得られるのではないかと期待しています。

その他に、Selberg 型行列模型の展開基底の問題について、一般化した Jack 多項式がよい基底となっているのではないかという示唆が最近なされています。一般化した Jack 多項式やその q-変形版について、それらと関連する対称性がどのようなものか研究したいと考えています。よく知られているように、Jack 多項式は、Dunkl 演算子や、アフィンヘッケ代数と深い関わりを持っています。一般化された Jack 多項式の場合に対応するアフィンヘッケ環がどのように変形されるか、というのは、興味深い問題だと思います。

また、A 型以外の ALE 空間上のゲージ理論やクイバー型のゲージ理論の場合に、どのように拡張がなされるかということも、とりあげてみたい研究テーマのひとつです。クイバー型ゲージ理論に付随した「ヤンギアン代数」というものが提唱されています。Schur-Weyl 対応において、ヤンギアン代数はヘッケ代数と関連しているので、こういった方向への拡張をこころみることは、ゲージ理論/共形場理論/行列模型対応についての理解をより深めてくれるでしょう。