これまでの研究成果のまとめ

滝岡 英雄

互いに素な整数 $p(>0), q$ に対して、結び目 K の管状近傍にのり、K のロンジチュード方向に p 回、メリディアン方向に q 回まわる結び目を K の (p,q) ケーブル結び目 $K^{(p,q)}$ とよぶ。結び目不変量 I に対して、K を $I(K^{(p,q)})$ にうつす写像は、結び目不変量であり、I の (p,q) ケーブル化とよばれている。一般に、ケーブル化は、もとの不変量より多くの情報を含むと考えられている。例えば、Jones 多項式のケーブル化は色付き Jones 多項式とよばれ、体積予想との関連から研究されている。私は、Jones 多項式と同様に HOMFLYPT 多項式と Kauffman 多項式の両方に含まれる Γ 多項式に注目し、そのケーブル化を研究している。これまでに、次のような結果を得た。

- **Kanenobu 結び目の組紐指数**

Kanenobu 結び目の無限列の HOMFLYPT 多項式は、すべて一致することが知られている。任意の結び目は、ある組紐を閉じたもので表せることが知られており、その紐の最小本数を組紐指数とよぶ。また、組紐指数は HOMFLYPT 多項式の次数による MFW 不等式により下からの評価が与えられるので、Kanenobu 結び目の組紐指数を決定することは容易ではない。私は、Γ 多項式の $(2,q)$ ケーブル化を計算することにより、Kanenobu 結び目の無限列を完全に分類し、さらに、それらの組紐指数のより良い評価を与えた。(論文リスト [1,3,4,6])

- **ミュータント結び目のケーブル Γ 多項式**

与えられた結び目にミューテーションという操作を施して新たな結び目が得られることがある。もとの結び目とそのミューテーションによって得られた結び目は性質が非常に似ており、多くの不変量が一致することが知られている。例えば、HOMFLYPT 多項式、Kauffman 多項式、それらの $(2,q)$ ケーブル化は、ミューテーションに関して不変である。また、HOMFLYPT 多項式の $(3,q)$ ケーブル化により、区別できるそれらの組が知られている。私は、Γ 多項式の $(3,q)$ ケーブル化は、ミューテーションに関して不変であることを示した。(論文リスト [2,5])