今後の研究計画

吉田の、今後の研究計画について述べる。線形粘性の単独保存則の解の漸近挙動に対する研究として松村-吉田(2012)では Cauchy 問題の場合及び初期値境界値問題の場合が考察されおり、粘性接触波と希薄波との合成波への漸近安定性が得られているが、初期値境界値問題の場合には境界条件の境界からの影響により生じる境界層解と呼ばれる定常解が多重波パターンとして含まれる場合がある。特に境界層解と粘性接触波との合成波への漸近が予想される場合が技術的に極めて困難であり未解決問題であった。具体的に述べれば、この問題の解決を困難にしている主要因は境界層解と粘性接触波との相互作用自体が希薄波と粘性接触波とのそれに比して方程式の可解性に殆ど寄与しないことがはっきりしている点にある。ところがごく最近に、吉田はそれら非線形波同士の引き起こす相互作用を解明した上で、更に解のエネルギーノルムを混合させるという過去に前例の無い手法を独自に編み出すことに成功した。吉田はその手法を援用することにより、この難問に挑戦している。更に、境界層解と粘性接触波に加え希薄波をも含む三種の多重波パターンへの漸近予想が初期値境界値問題を考える上では最大の難問であるが、こちらも三種の非線形波達の引き起こす相互作用を熟考することにより得られる見込みである。次いで、それらの漸近安定性が得られた際に、時間減衰評価も重み付きエネルギー評価を援用することで究明して行きたい。

非線形粘性に対する保存則の解の振る舞いに関する研究について述べる。こちらは方程式の扱いが線形粘性の場合よりも遥かに複雑かつ困難である。流束函数が一様に凸であっても初期値境界値問題を考えた場合には漸近安定性でさえ、結果が全く存在しない。この場合にも予想される漸近状態としては定数定常解や単独希薄波等があり得るので、それらの安定性結果を得たい。既に、安定性を得るために必要なもののうち、低階評価は得られているが、本問題を困難にしているものはむしろ高階評価にある。ここでは従来の松村-西原(1994, Nonlinear Anal. TMA)や吉田(投稿中)の議論をそのまま適用できないが、方程式の形を生かしつつ漸近状態の波に依存した重み付き評価を構成することでこの評価を達成出来ると考えている。更に線形粘性の時と同様、初期値境界値問題については、境界条件があるが故の、境界層解への漸近安定性も予想されるのでそちらも調べたい。その上で希薄波や境界層解、あるいは粘性接触波(こちらは非線形粘性の場合であるので、対応する多孔質触媒の方程式の Barenblatt 解により構成される)等の合成波への漸近安定性を得て行きたい。又、Cauchy 問題に対しても、遠方条件や流束函数の与え方によっては、衝撃波への安定性が期待される場合があり、こちらも究明して行きたい。

最後に、Korteweg-de Vries-Burgers 方程式に対する研究について述べる。非線形波への漸近安定性を考えた際、この方程式を扱う上で予想される困難は、分散項を如何に波の性質を援用することで捌き、そしてエネルギー評価に持ち込むか、と言うことであろうと吉田は考えている。こちらは Cauchy 問題や初期値境界値問題を考えた際に、単独の希薄波や衝撃波への漸近結果が知られるのみであり、やはり多重波への安定性結果がない。Cauchy 問題では、希薄波と、粘性接触波に対応する様な自己相似型の解(これも以下、広く粘性接触波と呼ぶ)からなる多重波への漸近が問題となるであろう。更に初期値境界値問題を考える際には上述の様な、希薄波や粘性接触波、あるいは境界層解等から成る合成波と言ったより多様な多重波への安定性予想がなされる。従って応募者はそれらを解明して行きたい。