これまでの研究成果のまとめ

吉田はこれまで単独粘性保存則の Cauchy 問題の解の漸近挙動に対し研究を行って来た。取り分け、流束項がある区間で線形に退化する場合に焦点を絞り研究を進めて来た。

粘性項が線形の場合、対応する非粘性保存則の Riemann 問題の大域弱解（ Riemann 解と言う）により特徴付けられることがこれまで良く知られて来た。実際に、流束項が全空間で凸（真に非線形）の時、Il'in-Oleĭnik（1960）により、次のことが示された。もし、Riemann 解が単独の希薄波、或いは衝撃波（ Lax の衝撃波と呼ばれる）から成る場合、粘性保存則の Cauchy 問題に対する時間大域解は希薄波、或いは衝撃波に対応した滑らかな進行波（粘性 Lax 衝撃波）へ漸近することが証明された。流束項が更に一般の場合には松村-西原（1994, Comm. Math. Phys.）により、Riemann 解が単独衝撃波（ Oleĭnik の衝撃波と呼ばれる）により構成される場合、時間大域解は対応する粘性 Oleĭnik 衝撃波へ漸近することが示された。吉田と松村は、流束項が一様に凸でなくある区間で線形に退化する場合であり、対応する Riemann 解が希薄波と接触不連続波により構成される時を考察した。この場合、粘性保存則の Cauchy 問題の時間大域解は、希薄波と、接触不連続波に対応した粘性接触波との線形結合に漸近することを示すことに成功した（松村-吉田（2012））。これは単独粘性保存則の Cauchy 問題の解の振る舞いを考える上で、多重波へ漸近することを示した初めての結果である。吉田は更に、この多重波への漸近に対する殆ど最良の時間減衰評価をも得た（吉田（2014））。

粘性項が一層複雑な、非線形（ p-Laplacian 型粘性）の場合の、Cauchy 問題について述べる。この場合、流束項が真に非線形の場合に対する、松村-西原（1994, Nonlinear Anal. TMA）によって考察された、定数遠方状態（自明解）、或いは単独希薄波の漸近安定性に関する結果を除けば皆無であった。ここでも吉田は粘性項が線形の場合における前述の、希薄波と粘性接触波から成る多重波への漸近結果を p-Laplacian 型粘性の場合に拡張することに成功した（吉田（投稿中））。即ち、流束項が一様に凸ではなく或る区間で線形に退化した場合を考察した。その際、対応する Riemann 解が希薄波と接触不連続波とにより構成され、粘性保存則の Cauchy 問題の解が希薄波と対応する粘性接触波（多孔質触媒の方程式の Barenblatt 解により構成される）との線形結合に漸近することを証明した。ここで強調されるべきことは、希薄波も、粘性接触波も非線形であるが故に、波同時が引き起こす非線形相互作用を評価することが、粘性項が線形の場合に比して一層困難であった点である。

粘性項が p-Laplacian 型粘性の場合には解の時間減衰評価に対する結果も又、皆無であった。流束項が真に非線形である場合、松村-西原によって得られた定数遠方状態、或いは単独希薄波への漸近挙動それぞれに対し、殆ど最良の時間減衰評価を与えた（吉田（投稿中））。更に先に述べた希薄波と粘性接触波への漸近挙動に対してもやはり殆ど最良と言って良い時間減衰評価を与えることにも成功した（吉田（投稿中））。

消散型波動方程式の研究について述べる。漸近安定性は初期値境界値問題において単独の衝撃波、或いは希薄波と定常解との合成波についての結果が存在するのみで、初期値問題に対しては結果が皆無であったが、吉田は流束項が部分的に線形退化する場合を考察し、線形粘性に対する保存則で得た多重波と同様、希薄波と粘性接触波から成る合成波へ解が漸近することを示した。初期値境界値問題にも同様の安定性結果が得られた（吉田（投稿準備中））。