研究成果

吉岡礼治

● 2d-4d 対応

2d-4d 対応では、2 次元共形場理論の共形ブロックと 4 次元超対称ゲージ理論のインスタントン分配関数が等価であると主張される。この関係は完全な証明が与えられているわけではないが、現在までこれと矛盾する結果が得られたことはなく、幾つかの特別に簡単な場合には示されている。また、その拡張として q 変形された W_n 代数に基づく共形場理論と 5 次元の超対称ゲージ理論との同様な対応も提案された。理論に含まれる 2 つのパラメータ q および t を 1 とする極限では従来の 2d-4d 対応が再現される。私はこの 2d-5d 対応を基礎とし、q、t の冪根極限について考察した。q-Virasoro 代数 (q-W_2 代数) の生成子は q-ボゾンを導入することによって、自由場表示で記述できる。この代数の極限 $q \to -1,\, t \to -1$ において超対称 Virasoro 代数の生成子が現れることを示した。また、超対称 Virasoro 代数を記述し、共形ブロックを構成するのに必要な自由ボゾン、自由フェルミオンが 1 つの q-ボゾンからその極限で自然に得られることを見出した。さらに、q、t の r 次の冪根極限では $\mathbf{Z}_r$-パラフェルミオンが出現することも示し, これらから分数的超共形代数も構成できる。5d 側では、5 次元超対称ゲージ理論のインスタントン分配関数の表式は知られているので、2d 側と同じ極限を取り、その表式の一般形を得ることに成功した。得られた結果は少なくとも低いレベルで ALE 空間のインスタントン分配関数を正しく再現することを確認した。2d-5d 対応を基礎とすることで、q の冪根極限として 2d-4d 対応が統一的に理解されうる。

一方で、4 次元 $\mathcal{N} = 2$ ゲージ理論は、IIA 超弦理論の NS5 ブレーンとそれを境界とする D4 ブレーンを用いて構成でき、これらのブレーンは、どちらも M 理論における M5 ブレーンのコンパクト化によって得られる。M5 ブレーンは 6 次元の worldvolume を持ち、そのうちの 4 次元時空部分がゲージ理論を実現する。また、余分な 2 次元面がサイバーグ・ウィッテン曲線としてゲージ理論の低エネルギー有効理論を決定する役割を果たす。この 2 次元面の 90 度回転による変換のもとでのゲージ理論の対応を考察した。WZW 模型と XYZ スピン鎖模型について、Ward-Takahashi 恒等式と Baxter TQ 方程式を用いて、両者の間の明確な対応関係を構築した。

● 行列模型

行列模型は 10 次元という高次元時空において定義される。つまり、現実世界を記述するためには、4 次元時空へのコンパクト化が必要となる。特に、私は USp 行列模型に対する $\mathbb{C}^3/\mathbb{Z}_3$ によるコンパクト化についての考察を行い、無矛盾に定義されうる全ての模型を列挙した。

4 次元行列模型の分配関数を Moore-Nekrasov-Shatashvili の処方箋を用いて計算し、その一般的表式を求めることに成功した。ここで、4 次元行列模型とは 4 次元超対称 Yang-Mills 理論の次元縮小よって得られる行列模型を意味する。

行列模型において、時空点はボソン的な行列の固有値によって記述され、時空座標がダイナミカルな量として扱われる。それゆえ、行列模型は我々のすむ 4 次元時空を記述する可能性を有する。そこで私は USp 行列模型の固有値分布についての研究を行ってきた。固有値に関する長距離 1 ループ有効作用から、行列模型に対する USp 行列模型で現れるオリエンティフォールディングの効果をしらべ、2 つの固有値間の引力に方向性が現れることを示した。時空点は固有値分布の性質からある仮想的な 4 次元面に引き寄せられることが分かった。さらに 2 ループの効果を具体的に計算し、固有値間距離が短い場合には 2 点間相互作用は斥力へと転じることを示した。USp 行列模型では、時空点は上記 4 次元面近傍に安定し、4 次元時空を生成することをみた。