これまでの研究成果

私は対称性をもつ空間に興味を持って研究しています．特に，トーラス作用の幾何学・トポロジーとその組み合わせ論との関係を調べています．以下はそのうち主要な研究結果をまとめたものです.

ルート系に付随するトーリック多様体の交叉数とヤング図（論文リスト [1.2]）

ルート系 Φ が与えられたとき，その Weyl の部屋の集まりは扇と見なすことができ，非特異かつ射影的なトーリック多様体 $X(\Phi)$ が定まる．この多様体に関する基本的な問いは,「$X(\Phi)$ の幾何・トポロジーをルート系 Φ の言葉で記述せよ」というものである．本論文では，ルート系 Φ が古典型または G_2 型の場合に $X(\Phi)$ のトーラス不変因子の交叉数をヤング図を用いて計算する組み合わせ論的な規則を与えた．$X(\Phi)$ は旗多様体における極大トーラスの軌道の閉包として実現できることが知られており，シューベルト胞体との交叉は $X(\Phi)$ の胞体分割を定める．この胞体分割が誘導するコホモロジー群の基底を考えるとき，この基底に関する構造定数（基底同士の積を基底で展開したときの展開係数）は $X(\Phi)$ のコホモロジーの環構造を表す量であるが，交叉数の計算法の応用として，この構造定数を帰納的に計算する公式を得た.

重み付きグラスマンのシューベルトカルキュラス (論文リスト [1.5], [1.1])

本研究は KAIST（韓国）の松村朝雄氏との共同研究である．シューベルトカルキュラスは，歴史的にはシューベルトによるある条件を満たす直線の数え上げの問題に端を発し，現代的な言葉ではグラスマン多様体のコホモロジー環のシューベルト類に関する構造定数を求めるという問題として述べることができる．この構造定数は非常に謎めいた数で，幾何やトポロジーだけでなく，表現論や組み合わせ論と結びついている．我々はこの論文で重み付きグラスマンという軌道体でのシューベルトカルキュラスを展開した．特に，重み付きグラスマンの有理係数コホモロジーにシューベルト類を定義し，その構造定数を調べた．重み付きグラスマンは自然なトーラス作用を持つので，我々はまずトーラス同変コホモロジーでの同様な構造定数を計算し，その系として上記の構造定数の公式を得た．この公式はグラスマン多様体の同変コホモロジーでの構造定を用いて記述することができる.

運動量写像の凸性定理の拡張（論文リスト [1.6]）

コンパクトで連結なシンプレクティック多様体 M にハミルトン的トーラス作用があるとき，その運動量写像の像が凸多面体になることを Atiyah と Guillemin-Sternberg らが 1982 年にそれぞれ独立に証明した．この多面体の組み合わせ論的な情報は M の同変的なトポロジーをよく反映していることが知られている．この定理は 1984 年に Kirwan によってコンパクト連結リー群によるハミルトン作用の場合に一般化された．私は，Kirwan とは異なる形で，空間が 3 つのハミルトン的トーラス作用を持つ場合に，ある仮定の下で凸性定理の一般化を与え，超可積分系との関係を論じた．トーラス作用を複数個考えるというのは，Agrotis-Damianou-Sophocleous による戸田格子の超可積分構造の記述からアイデアを得た．もともとの凸性定理は Delzant によるシンプレクティックトーリック多様体の分類を導いたが，本研究で得られた凸性定理を用いた場合にどのような分類がなされるのかが今後の課題である.